

信州大学工学部 正員 奥谷 徹
信州大学工学部 学生員 須中 拓郎

1. まえがき

我々は、既に統計的制御理論の適用による高速道路の制御を示しているが、流入ランプでの待ち時間及びリンク走行時間から成る総所要時間である目的関数を求める際に、リンク走行時間の計算の中で、近似式を用いている。本研究では、より正確な制御を期し、目的関数の中のリンクにおける所要時間を求める項に対し、リンク交通密度を導入する。このことより、目的関数は、より現実に即したものと成る。この目的関数導出方法の変更に伴い、制御式で用いる交通量の予測式にも改良が必要となってくる。

2. 交通量の予測式

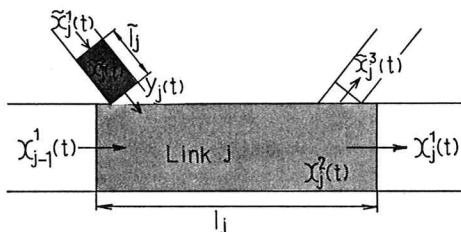


Fig. 1

$\tilde{x}_j^1(t)$; ランプ j の時刻 t における交通需要量
 $\tilde{x}_j^2(t)$; ランプ j の時刻 t における交通密度
 $\tilde{x}_j^3(t)$; 時刻 t におけるオフランプ j からの流出交通量
 $y_j(t)$; 制御によって決定される流入交通量
 $x_j^1(t)$; リンク j の時刻 t における交通量
 $x_j^2(t)$; リンク j の時刻 t における交通密度
 l_j ; リンク j のリンク長, $\tilde{l}_j$; ランプ j のランプ長

i) 流入ランプにおける交通量の予測式
 交通需要 $\tilde{x}_j^1(t)$ の予測は、一週間前のデータを用い、重回帰分析により求めた予測係数を用いる。

$$\tilde{x}_j^1(t) = \sum_{m=1}^M \tilde{\alpha}_j^1(m) \tilde{x}_j^1(t-m) + \tilde{v}_j^1 + \tilde{\varepsilon}_j^1(t) \quad (1)$$

交通密度 $\tilde{x}_j^2(t)$ の予測は入出力モデルを用いる。

$$\tilde{x}_j^2(t) = \tilde{x}_j^2(t-1) + \frac{\Delta t}{\tilde{l}_j} \{ \tilde{x}_j^1(t-1) - y_j(t-1) \} \quad (2)$$

ii) 流出ランプにおける交通量の予測

流出ランプからの流出交通量 $\tilde{x}_j^3(t)$ は、流入ランプの交通需要量と同様に、重回帰分析により求める。

$$\tilde{x}_j^3(t) = \sum_{m=1}^M \tilde{\alpha}_j^3(m) \tilde{x}_j^3(t-m) + \tilde{v}_j^3 + \tilde{\varepsilon}_j^3(t) \quad (3)$$

iii) リンクにおける交通量の予測

リンク交通量 $x_j^1(t)$ の予測は、

$$x_j^1(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M b_j^k(m) y_k(t-m) + \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M \tilde{\alpha}_j^k(m) x_k^1(t-m) + \tilde{v}_j^1 + \tilde{\varepsilon}_j^1(t) \quad (4)$$

目的関数の中で用いるリンク交通密度 $x_j^2(t)$ の予測は、ランプ密度 $\tilde{x}_j^2(t)$ の予測と同様に、入出力モデルを用いる。

$$x_j^2(t) = x_j^2(t-1) + \frac{\Delta t}{l_j} \{ x_{j-1}^1(t-1) + y_j(t-1) - x_j^1(t-1) - \tilde{x}_j^2(t-1) \} \quad (5)$$

3. 予測式の統計的制御理論への適用

2. で求めた (1) ~ (5) の予測式をリンク $j = 1, 2, \dots, n$ についてまとめマトリクス表示すると、

$$X(t) = \sum_{m=1}^M A(m) X(t-m) + \sum_{m=1}^M B(m) Y(t-m) + U + \varepsilon(t) \quad (6)$$

ここに、

$$X(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1^1(t) \\ \tilde{x}_1^2(t) \\ \tilde{x}_1^3(t) \end{bmatrix}, \tilde{x}_j(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_j^1(t) \\ \tilde{x}_j^2(t) \\ \tilde{x}_j^3(t) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$X(t) = [\tilde{x}_1(t) \dots x_n(t) \dots x_n(t)]^T, x_j(t) = [x_j^1(t) x_j^2(t)]^T$$

いま

$$Z_R(t) = \sum_{k=1}^{M-R} A(k+i) X(t-i) + \sum_{k=1}^{M-R} B(k+i) Y(t-i) \quad (8)$$

とおき

$$Z_0(t) = X(t) \quad (9)$$

とすると、

$$Z_t = \Phi Z_{t-1} + \Gamma Y_{t-1} + V_t \quad (10)$$

4. 目的関数の最小化及び計算例

目的関数を J_T とし、 $t=1 \sim T$ までの総所要時間とすることとし、リンクにおける所要時間として前述のように、リンク密度を用いて求めるものとする。

$$J_T = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \{ \tilde{x}_j^i(t) l_j + \tilde{x}_j^o(t) \tilde{l}_j \} \Delta t \quad (11)$$

ここに (11) 式 をマトリクス表示すると、

$$J_T = \sum_{t=1}^T \psi(t) z^T t \quad (12)$$

$$\psi(t) = \begin{bmatrix} \tilde{l}_1 & \tilde{l}_2 & \tilde{l}_3 & \tilde{l}_4 & \tilde{l}_5 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\tilde{l}_j = [0, \tilde{g}_j, 0], \quad l_j = [0, l_j]$$

次に制御流入交通量 $y_j(t)$ の制約条件について考える。まず、流入ランプの交通密度 $\tilde{x}_j^i(t)$ が、

$$0 \leq \tilde{x}_j^i(t) \leq P_j \quad (14)$$

という条件より、

$$\frac{\partial \tilde{g}_j}{\partial t} \{ \tilde{x}_j^i(t-1) - P_j \} + \tilde{x}_j^i(t-1) \leq y_j(t-1) \leq \frac{\partial \tilde{g}_j}{\partial t} \tilde{x}_j^i(t-1) + \tilde{x}_j^i(t-1) \quad (15)$$

また、ランプ固有の $y_j(t-1)$ の上下限値をそれぞれ D_j, E_j とすると、

$$E_j \leq y_j(t-1) \leq D_j \quad (16)$$

(15)(16) を結合して、 $y_j(t-1)$ の制約条件式は、

$$\max \left[\frac{\partial \tilde{g}_j}{\partial t} \{ \tilde{x}_j^i(t-1) - P_j \} + \tilde{x}_j^i(t-1), E_j \right] \leq y_j(t-1) \leq \min \left[\frac{\partial \tilde{g}_j}{\partial t} \tilde{x}_j^i(t-1) + \tilde{x}_j^i(t-1), D_j \right] \quad (17)$$

この (17) 式の制約条件式をもつて目的関数を最小化してゆくと、一般に時刻 $(t-1)$ のときの最適制御値 $\tilde{y}_j(t-1)$ は、

$$\tilde{y}_j(t-1) = \begin{cases} \max \left[\frac{\partial \tilde{g}_j}{\partial t} \{ \tilde{x}_j^i(t-1) - P_j \} + \tilde{x}_j^i(t-1), E_j \right] & (\tilde{\theta}_j(t) > 0) \\ \min \left[\frac{\partial \tilde{g}_j}{\partial t} \tilde{x}_j^i(t-1) + \tilde{x}_j^i(t-1), D_j \right] & (\tilde{\theta}_j(t) \leq 0) \end{cases} \quad (18)$$

ここに $\tilde{\theta}_j(t)$ は、

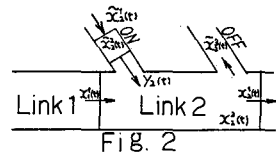
$$\begin{cases} \tilde{\theta}_j(t) = \tilde{\psi}(t) \Gamma \\ \tilde{\psi}(t) = \tilde{\psi}(t+1) \Phi + \tilde{\psi}(t+1) \Gamma \Omega(t) + \psi(t) \\ \tilde{\psi}(T) = \psi(T) \end{cases} \quad (19)$$

ところで (19) 式の中の $\Omega(t)$ は、 $\tilde{y}_j(t-1)$ が E_j, D_j をとるか、交通変量を含む式をとるかによつて決定

されるマトリクスであるので、繰り返し計算を行い、まず、この $\Omega(t)$ を求める。方法としては制約条件の初期値を、上下限値それぞれ D_j, E_j として収束計算を行い、 $\tilde{\theta}_j(t)$ がすべての j, t についてそれぞれ、正負のどちらかに収束した時点の $\Omega(t)$ を本番の制御で用いる $\Omega(t)$ とする。この収束計算にあたり、交通変量としてはすべて一週間前のものを用いるものとし、収束計算過程及び総所要時間算出の際に必要なとなる交通変量は、すべて、制御理論の中に組み込まれている予測式を用いて決定する。

5. 簡単な計算例

図-2 のような簡単な高速道路のモデルを想定し、収束計算及び制御の具体例を示す。リンク1は



制御を行わないリンクと考え、目的関数としては、リンク2及びリンク2の流入ランプにおける所要時間とする。制約条件式 (17) の初期値 E_j, D_j はそれぞれ 0, 210 とおき、5 分間隔で 4 時点制御を行うものとする。本例題では 2 回の収束計算で、 $\tilde{\theta}_j(t)$ の値が収束した。表 1, 2 はそれぞれ 1 回目、2 回目の結果を示したものである。収束計算で得られた $\Omega(t)$ による制御結果を表-3 に示す。

t	1	2	3	4
交通変量 $\tilde{x}_j^i(t)$ の値	120	110	91	58
制御値 $\tilde{y}_j(t)$ の値	120	0	0	0
ランプ交通密度 $\tilde{x}_j^o(t)$ の値	0	1.10	2.01	2.59

Table 1

t	1	2	3	4
交通変量 $\tilde{x}_j^i(t)$ の値	120	110	91	58
制御値 $\tilde{y}_j(t)$ の値	120	90	111	38
ランプ交通密度 $\tilde{x}_j^o(t)$ の値	0	0.20	0	0.20

Table 2

	制御しない場合	制御する場合
総所要時間 (s)	81900	75300

Table 3

(参考文庫) 奥谷/渡中、高速道路における緑地の性質と交通量の関係