

粒状体の骨格構造の表現法

信州大学工学部 正会員 小西 純一
長野電鉄(株) 成瀬 文宏

1. はじめに

土の物性を論ずる上で、土の粒子レベルの構造に関する知識は不可欠のものといえる。たとえば、力学的異方性、バウシinger効果、ダイレイタnシー、ひずみ硬化などを、土の構造に関する概念なしに説明することはあずかしい。土の骨格構造を規定する要素は多様であるが、およそ i) 粒子自体の性質、ii) 粒子の集合状態 iii) 土粒子・水・電解質の相互作用の3つに分類される。ここでは、ii) 粒子の集合状態について考える。

粒子の集合状態には3つの面がある：a) 粒子の詰まり具合……間隙比、比体積などで表わされ、最も基本的指標として認められ、使われてきた。b) 異方性、c) 不均一性。

以下では c) は考慮外とし、主に b) について考えることにする。

参考文献 1) 2) 土壌誌 1984-3, 4, 3) Compt. Rendus Acad. Sci. 1963
4) S&F. 1972 など 5) Theor. & Appl. Mech. 26, 1978
6) Int. J. Engng. Sci. 22 1984 7) Oda et al. to be publ.

2. 異方性

土の骨格構造を観察すると、程度の差はあるが異方性を有していることがわかる。また、載荷に伴う内部応力によって、土の骨格構造が変化し、異方性の程度が変化することが知られている。このような異方性とわれわれは何によって把握するのであろうか。写真-1は、ポリウレタン・ゴムで作った構状粒子から成る二次元模型粒状体に二軸的な荷重をかけたときの光弾性写真である。この写真を見ると、i) 橋内断面粒子の配向性：多くの粒子が鉛直と約30°の方向に長軸を向けている；ii) 粒子と粒子の接点における接点法線の分布に偏りがあるようだ；iii) 間隙の形に注目すると細長いものが多く、しかも配向性がみられる；などが観察される。このように構造の異方性はいろいろな角度からとらえることができるが、以下にはそのいくつかについて実測例を混えて述べることにする。なお、粒状体の構造については小田、粘性土の構造については嘉門・風間の解説がある^{1), 2)}

(1) 接点法線の分布

粒子接点は粒状体を構成する粒子同士の接触している点であり、力はこの点を通して伝達され、粒子の相対移動も接点を介して、すべり、ころがりなどによって行われるので、接平面に立てた法線(接点法線)の方向分布は、粒状体の力学的挙動との関連において注目されてきた。

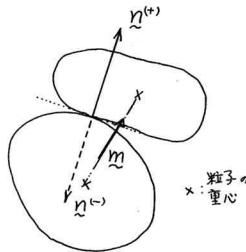


図-1 接点法線ベクトル $n^{(+)}$, $n^{(-)}$ と接ベクトル m

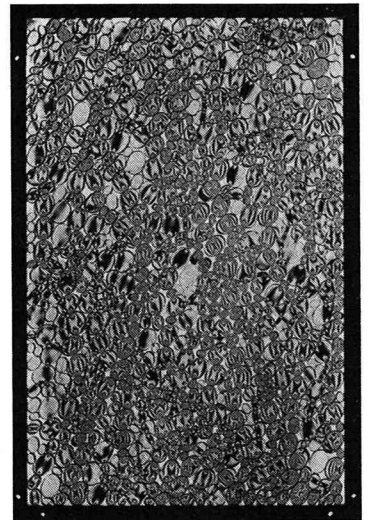


写真-1 二次元粒状体の二軸圧縮試験 堆積角60°, 粒子の直径比1.4, 締め。

Biarez と Wiendieck は二次元模型を使って、変形中の粒状体における接点法線分布の変化を調べた。³⁾ 小田は三軸圧縮中の砂における接点法線分布の変化を顕微鏡を使って実測した。⁴⁾ 佐武は接点法線密度を $E(\Omega)$ とし、異方性テンソルあるいはファブリックテンソルと次のように定義した⁵⁾

$$\phi_{ij} = \frac{1}{2\pi} \sum_R n_i n_j = \int_{\Omega} E(\Omega) n_i n_j d\Omega \quad (1)$$

ここに、 R は平均化を行うために必要な領域、 n は R 内の接点数、 Ω は solid angle である。

これと類似のもので、 n の代りに粒子の重心を結ぶ線 (branch: 枝) に沿う枝ベクトル m の分布を考えると、枝テンソルというべきものも定義できる。領域 R の面積を A 、枝の長さをも (m) とすれば、

$$B_{ij} = \frac{1}{A} \int_{\Omega} F(m) m_i m_j d\Omega \quad (2)$$

金谷は $E(\Omega)$ が一般に $E(\Omega) = \frac{1}{4} N_{ij} \dots n_i n_j \dots n_k$ (ここに $N_{ij} \dots$ は第2種ファブリックテンソルと称する) で表わされることを示し、接点法線の実測値に合致する $E(\Omega)$ を求める方法も提案した。 $N_{ij} \dots$ の階数を上げると近似度が上がるが、ここでは2階のテンソル N_{ij} を用いて二次元の場合について示すと δ_{ij} はフロネッカーのデルタとして次のようである。⁶⁾

$$\begin{aligned} E(\Omega) &= \frac{1}{2\pi} N_{ij} n_i n_j \quad (\text{二次元, } i, j=1, 2) \\ N_{ij} &= 4(\phi_{ij} - \frac{1}{4} \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (3)$$

(2) 間隙の形とその配向

間隙の平均的大小を示す指標として間隙比 e があり、その重要性は広く認められている。しかしここでは間隙の形とその方向性をもって粒状体の異方構造の尺度とすることも考える。図-2 に1つの間隙を示す。この間隙は n 個の粒子で囲われている。間隙の周囲は不連続な曲線の連なりとなっているが、ここでは簡単のため接点と接点を結ぶ直線で構成される n 角形に置換え、各線分の長さ $L_i^{(k)}$ 、それに沿う単位ベクトル $k_i^{(k)}$ として

$$S_{ij}^{(k)} = \sum_{i=1}^n k_i^{(k)} k_j^{(k)} L_i \quad (4)$$

によって間隙の形状を表わし、 $S_{ij}^{(k)}$ を領域 R にわたって平均したものをスケルトンテンソルと仮称する。 ω は鉛直軸から測った k_i の傾角として

$$S_{ij} = \frac{1}{A} \int_0^{2\pi} \bar{L}(\omega) G(\omega) k_i k_j d\omega \quad (5)$$

ここに $\bar{L}(\omega)$ は L_i の平均長で ω の関数、 $G(\omega)$ は k_i の密度関数である。

(3) 実測例

図-3 に ϕ_{ij} , S_{ij} と応力テンソルとの関係を示す。応力比の増大とともに ϕ_{ij} , S_{ij} のテンソル比 (主応力方向) も増大するが、初期構造、粒子形状が異なるすべての線が整合的である訳ではなく、単独のテンソルで構造を表現するのには限界があることを意味している。⁷⁾

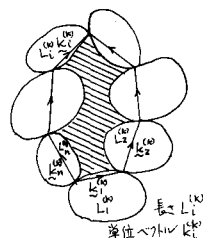


図-2 間隙 (ω) と n 本の線分とそれらに沿うベクトル

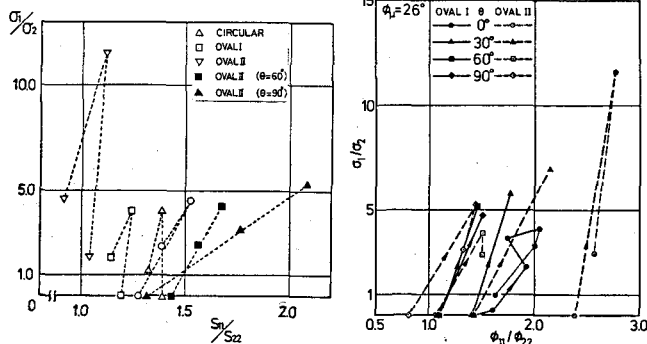


図-3 桶内断面二次元粒子集合体の2軸圧縮試験結果より