

Bakerの方法を用いた斜面安定解析の試み

岐阜大学大学院 学生会員 ○浅井 圭二
岐阜大学工学部 正会員 宇野 尚雄

まえがき BakerとGarberが、1978年に Geotechnique, 28巻, No.4, 395-411に発表した一般すべり面解法は、すべり面形状を仮定せずに安全率と同時にすべり面形状をも求める方法である。本研究は、Bakerの方法を用いた斜面安定解析を試みたものである。

Bakerの方法の概要 すべり面上での釣合式は図-1の記号を用いて(1.1)~(1.3)式で、破壊基準と幾何学的関係は(2)式でそれぞれ表わされる。

$$\int_{x_0}^{x_n} (\tau \cos \alpha - \sigma \sin \alpha) dl + \int_{x_0}^{x_n} P_x dx = 0 \quad (1.1)$$

$$\int_{x_0}^{x_n} (\tau \sin \alpha - \sigma \cos \alpha) dl - \int_{x_0}^{x_n} [P_y + \bar{\tau}(\bar{y} - y)] dx = 0 \quad (1.2)$$

$$\int_{x_0}^{x_n} [Y(\tau \cos \alpha - \sigma \sin \alpha) - X(\tau \sin \alpha + \sigma \cos \alpha)] dl + \int_{x_0}^{x_n} [P_x \bar{y} + P_y x + \bar{\tau}(\bar{y} - y)x] dx = 0 \quad (1.3)$$

$$\tau = \frac{C}{F} + (\sigma - u) \frac{\psi}{F} \quad (\psi = \tan \phi) \quad \cos \alpha = \frac{dx}{dl} \quad \sin \alpha = y \frac{dx}{dl} \quad (2)$$

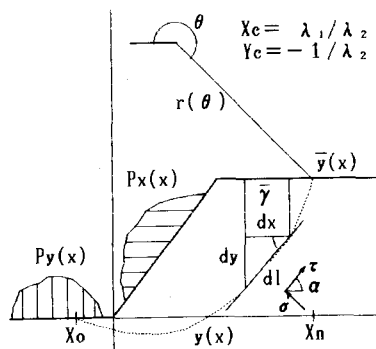


図 - 1

(1.1)~(1.3)式は、(2)式を用いて次のように書き換えられる。

$$\int_{x_0}^{x_n} [C + (\sigma - u)\psi] - F(\sigma y' - P_x) dx = 0 \quad (3.1) \quad \int_{x_0}^{x_n} Y[C + (\sigma - u)\psi] - F[P_y + \bar{\tau}(\bar{y} - y) - \sigma] dx = 0 \quad (3.2)$$

$$\int_{x_0}^{x_n} [(Y - \bar{Y})X][C + (\sigma - u)\psi] - F[\sigma(X + Y\bar{Y}) - P_x \bar{Y} - P_y X - \bar{\tau}(\bar{Y} - Y)X] dx = 0 \quad (3.3)$$

一方安全率は、
$$F_s = \min F \{ \sigma(x), y(x) \} \quad (4)$$

より求めるので、(3.1)~(3.3)式を同時に満たす $\sigma(x), y(x)$ を求めることになる。これには、ラグランジュの未定乗数法を用いる。未定乗数 λ_1, λ_2 を導入して次のような関数 G を考えると、

$$G = \int_{x_0}^{x_n} g dx = \int_{x_0}^{x_n} \{ [C + (\sigma - u)\psi] - F_s(\sigma y' - P_x) \} + \lambda_1 \{ Y[C + (\sigma - u)\psi] - F_s[P_y + \bar{\tau}(\bar{y} - y) - \sigma] \} + \lambda_2 \{ (Y - \bar{Y})X[C + (\sigma - u)\psi] - F_s[\sigma(X + Y\bar{Y}) - P_x \bar{Y} - P_y X - \bar{\tau}(\bar{Y} - Y)X] \} dx = 0 \quad (5)$$

問題は、(6.1), (6.2)式の条件の下で(6.3)式を満たす $\sigma(x), y(x)$ を求める等周問題となる。

$$\int_{x_0}^{x_n} Y[C + (\sigma - u)\psi] - F_s[P_y + \bar{\tau}(\bar{y} - y) - \sigma] dx = 0 \quad (6.1)$$

$$\int_{x_0}^{x_n} [(Y - \bar{Y})X][C + (\sigma - u)\psi] - F_s[\sigma(X + Y\bar{Y}) - P_x \bar{Y} - P_y X - \bar{\tau}(\bar{Y} - Y)X] dx = 0 \quad (6.2) \quad \min G = 0 \quad (6.3)$$

このとき、(7.1), (7.2)式のようなEulerの微分方程式を満足しなければならない。

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{\partial g}{\partial \sigma} \right] - \frac{\partial g}{\partial \sigma} = 0 \quad (7.1) \quad \frac{d}{dx} \left[\frac{\partial g}{\partial y'} \right] - \frac{\partial g}{\partial y'} = 0 \quad (7.2)$$

ここで、 g と σ は独立であるので(7.1)式より $\frac{\partial g}{\partial \sigma} = 0$ が得られ、これを(5)式に適用して微分方程式

$$\psi[(1 + \lambda_2 Y) + Y'(\lambda_1 - \lambda_2 X)] + F_s[(\lambda_1 - \lambda_2 X) - Y'(1 + \lambda_2 Y)] = 0 \quad (8)$$

を得る。これより、 $\lambda_2 \neq 0$ の場合には(9.1), (9.2)式の座標変換によって(10)式を得る。

$$Y = \left(\frac{1}{\lambda_2} \right) + r \sin \theta = \chi_c + r \sin \theta \quad (9.1) \quad X = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) - r \cos \theta = \chi_c - r \cos \theta \quad (9.2)$$

$$\frac{dr}{d\theta} = \left(\frac{\psi}{F_s} \right) r \quad \text{すなわち} \quad r = A \exp \left[\left(\frac{\psi}{F_s} \right) \theta \right] \quad (A: \text{積分定数}) \quad (10)$$

これは、 (χ_c, χ_c) を極とする対数螺旋線の式である。 $\lambda_2 = 0$ の場合は次の直線の式を得る。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\lambda_1 + \frac{\psi}{F_s}}{1 - \lambda_1 \left(\frac{\psi}{F_s} \right)} \quad \text{すなわち} \quad y = \frac{\lambda_1 + \frac{\psi}{F_s}}{1 - \lambda_1 \left(\frac{\psi}{F_s} \right)} x + A \quad (A: \text{積分定数}) \quad (11)$$

以上よりすべり面形状は $\phi(x)$ に依存しないものとなる。

原論文の修正と計算例 本研究では、 $\lambda_2 = 0$ としたときの直線すべり面は対数らせん線の λ_2 が0に漸近したときに相当するので、対数らせん線を解析に用いた。安全率の計算は(6.3)式に(9.1)、(9.2)式の座標変換を適用して F_s について解くと、

$$F_s = \min \frac{\int_{x_0}^{x_n} [(c - \psi u) \left\{ \frac{(y - y_c)^2 + (x - x_c)^2}{(y - y_c) + \frac{\psi}{F_s}(x - x_c)} \right\}] dx}{\int_{x_0}^{x_n} [(x_c - x) \{ p_y + \bar{r}(\bar{y} - y) \} - p_x(y_c - \bar{y})] dx} \quad (12)$$

と表わされる。実際の計算では分割法を用いて次の式を用いることになる。

$$F_s = \min \frac{\sum_{i=1}^n (c - \psi_i U_i) \sqrt{(x_c - x_i)^2 + (y_c - y_i)^2}}{\sum_{i=1}^n \left\{ \Delta p_{xi} (y_c - \bar{y}_i) - (\Delta p_{yi} + \Delta W_i) (x_c - x_i) \right\}} \times \cos \left\{ \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\psi}{F_s} \right) \right\} \quad (13)$$

i : i 番目分割部分を示す添字, $c_i = c_i \Delta l_i$, $U_i = u_i \Delta l_i$, $\Delta p_{xi} = p_x(x_i) \Delta x_i$, $\Delta p_{yi} = p_y(x_i) \Delta x_i$, $\Delta l_i = \sqrt{1 + (y'_i)^2}$
 $y'_i = y'(x_i)$, n : 分割数, (x_i, y_i) : 底面中心座標, Δx_i : 分割巾, $\bar{y}_i = \bar{y}(x_i)$, ΔW_i : 分割部分の質量
 下線部: 筆者らの修正部分

Bakerらの論文は、多層斜面について層の境界におけるすべり面の屈折状態の分類について述べてあるが、解し難いためすべり面が多層にわたる場合は、層ごとにその層の ϕ を用いて(10)式よりすべり面を決定し、層の境界で連続であると考えた。

この理論を用いた安全率の計算概略は、図-2のフローチャートのようになる。原論文では $F_s = (F_s)_{new}$ として収束計算をすすめるようになっているが、本研究では F_s を臨機応変に仮定し直して $(F_s)_{new} = F_s$ となる F_s を求めることにした。対数らせん線は極座標で表わされる関数であるので、割線との交点は頂角を変化させてらせんを追跡しながら欲しい座標を拾うことで求めた。本研究では、図-3に示すような外力、間げき水圧の分布がない均質斜面と二層斜面について安定解析を試みた。このときの安全率は(13)式を用いて

$$F_s = \min \frac{\sum_{i=1}^n c_i \sqrt{(x_c - x_i)^2 + (y_c - y_i)^2}}{\sum_{i=1}^n \Delta W_i (x_i - x_c)} \quad (14)$$

より求まる。図-3に示されている安全率は、均質斜面と二層斜面のそれぞれについて各極各端点に関する安全率の最小値で、それを与える極、端点、すべり面も同時に示した。紙面の都合で最小安全率が記入できなかつたが、各極に関する安全率を列記してみたところ、Bakerらの方法によってもやはり等安全率線分布ともいふべきものが描ける。二層斜面の場合は上述のような解析上当然であるが、顕著ではないけれども層の境界ですべり面が屈折しているのがわかる。円形すべり面法としてのBishop法による解析結果との比較については講演のときに譲る。

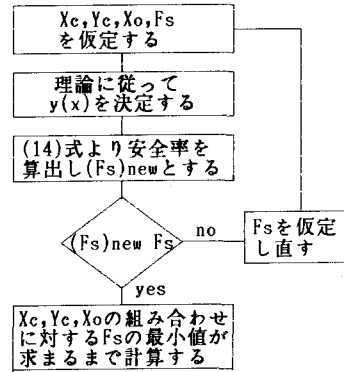


図 - 2

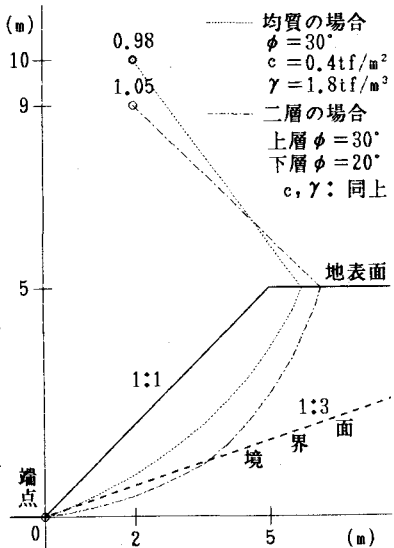


図 - 3