

圧気による止水効果に関する研究(その1)

岐阜大学工学部 正会員 宇野 尚雄

同 上 学生会員 〇藤森 毅

まえがき トンネル掘削時の止水効果を期待して実施される圧気工法に関して、単純な2次元の放射状断面の領域で、トンネル周辺に空気・水の閉じた境界が平衡して生じうるか否かを調べるため均質地山の場合をモデル化したヘル・ショウ模型で観察したが、期待されるような空気・水系の境界は生じないで、間接的に空気が抜け、上方に漏気した。そこで、若干の解析的考察を行ない、その境界面の運動について検討した結果を報告する。

境界面の方程式 図-1のように $r=R_0$ のトンネル周辺に $r=r_0$ という境界面が存在した初期状態を仮定する。図-1(b)で空気の流れを考える。空気の質量保存則は、放射状方向流速を v_r 、接線方向流速を v_θ として、流入空気量が $rdrd\theta$ 部分の空気量増分と考え

$$-(v_r + r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}) dr d\theta dt = \frac{\partial}{\partial t} (\rho r dr d\theta) dt = \rho \frac{\partial r}{\partial t} d\theta dr dt$$

$$\therefore \rho \frac{\partial r}{\partial t} + v_r + r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (1)$$

ここに ρ : 空気の貯留係数[0]

運動の式はダルシー則を用いて、空気が非圧縮性と仮定すると

$$v_r = -k_r \frac{\partial h}{\partial r} \quad (2), \quad v_\theta = -k_r \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (3)$$

ここに、 k_r : 透気係数[1/分], h : 空気圧の水頭換算値

一方、空気は圧縮性流体であるので、等温変化のとき(定積比熱/定圧比熱)の比 $m=1$ として、

$$v_r = -\frac{k_r}{1+m} \frac{\partial (h^{1+m})}{\partial r} = -\frac{k_r}{2} \frac{\partial (h^2)}{\partial r} \quad (4), \quad v_\theta = -\frac{k_r}{1+m} \frac{1}{r} \frac{\partial (h^{1+m})}{\partial \theta} = -\frac{k_r}{2} \frac{1}{r} \frac{\partial (h^2)}{\partial \theta} \quad (5)$$

ここに k_r : [1/分] である。いま $r=r_0$: $h=h_0$ (6a), $r=r$: $h=h=z-r\sin\theta$ (6b) とする。

ここに z_0 : 地下水面から座標原点(図-1)までの深さ

$$\text{式(3)と式(6b)からは } v_\theta = k_r \cos\theta \quad (7), \quad \text{式(5)と式(6b)からは } v_\theta = k_r z_0 \cos\theta - \frac{k_r r}{2} \sin 2\theta \quad (8)$$

$\rho \frac{dr}{dt} = 0$ のとき 式(1)と(7)から

$$v_r + r \frac{dv_r}{dr} - k_r \sin\theta = 0 \quad (9)$$

$$\therefore v_r = k_r \sin\theta + \frac{C_1}{r} \quad (11)$$

$r=r_0$ で $v_r = V_0$ とすると

$$C_1 = r_0 (V_0 - k_r \sin\theta) \quad (13)$$

$\rho \frac{dr}{dt} = 0$ のとき 式(1)と(8)から

$$v_r + r \frac{dv_r}{dr} - k_r z_0 \sin\theta - k_r r \cos 2\theta = 0 \quad (10)$$

$$\therefore v_r = k_r z_0 \sin\theta + \frac{C_2}{r} + \frac{k_r}{2} r \cos 2\theta \quad (12)$$

$r=r_0$ で $v_r = V_0$ とすると

$$C_2 = r_0 (V_0 - k_r z_0 \sin\theta - \frac{k_r}{2} r_0 \cos 2\theta) \quad (14)$$

一方、空気流量 Q は圧気圧 h_0 のもとで測り、 dt 時間に $r \rightarrow r+dr$ に変化すると考えると、

$$Q = \int_0^{2\pi} v_r r d\theta \quad (15), \quad \int_0^t Q dt = \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^r \rho r dr d\theta \quad (16)$$

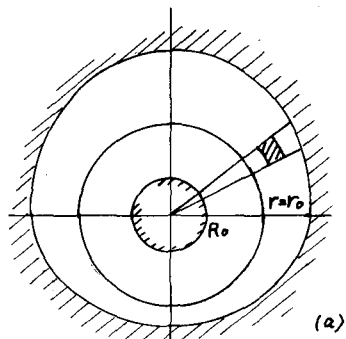


図-1 円形空孔からの空気の侵入

$$\therefore \int_0^{2\pi} \int_0^r v_r r d\theta dt = \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^r \rho r dr d\theta \quad \int_0^t v_r r dt = \int_{r_0}^r \rho r dr \quad \therefore v_r = \rho \frac{dr}{dt} \quad (17)$$

$$\text{式(11)と(17)からは } h_1 \sin\theta + C_1/r = \rho \frac{dr}{dt} \quad \therefore dt = \frac{\rho dr}{h_1 \sin\theta + C_1/r} \quad (18)$$

$t=0 \sim t$, $r=r_0 \sim r$ で積分すると

$$\sin\theta \neq 0 \text{ のとき: } \frac{h_1 \sin\theta}{C_1} \left\{ \frac{h_1 t}{\rho} \sin\theta + r_0 - r \right\} = -\ln \left\{ \frac{h_1 r \sin\theta + C_1}{h_1 r_0 \sin\theta + C_1} \right\} \quad (19)$$

$$\sin\theta = 0 \text{ のとき 式(18)は } dt = \frac{\rho}{C_1} r dr \quad \therefore t = \frac{\rho}{2C_1} (r^2 - r_0^2) \quad (20)$$

式(22)と(17)からは

$$dt = \frac{\rho r dr}{\frac{h_2}{2} \sin 2\theta r^2 + h_2 z_0 \sin\theta \cdot r + C_2} \quad (21)$$

同様に $\cos 2\theta \neq 0$ のとき $D = (h_2 z_0 \sin\theta)^2 - 2h_2 \sin 2\theta \cdot C_2 > 0$ のとき

$$\frac{h_2 t}{\rho} \cos 2\theta = \left\{ 1 - \frac{h_2 z_0}{\sqrt{D}} \sin\theta \right\} \ln \left| \frac{\frac{h_2}{2} r^2 \cos 2\theta + h_2 z_0 r \sin\theta + C_2}{\frac{h_2}{2} r_0^2 \cos 2\theta + h_2 z_0 r_0 \sin\theta + C_2} \right| + \frac{2h_2 z_0}{\sqrt{D}} \sin\theta \ln \left| \frac{h_2 r \cos 2\theta + h_2 z_0 \sin\theta + \sqrt{D}}{h_2 r_0 \cos 2\theta + h_2 z_0 \sin\theta + \sqrt{D}} \right| \quad (22)$$

$$D=0 \text{ のとき } \frac{h_2 t}{\rho} \cos 2\theta = \ln \left| \frac{\frac{h_2}{2} r^2 \cos 2\theta + h_2 z_0 r \sin\theta + C_2}{\frac{h_2}{2} r_0^2 \cos 2\theta + h_2 z_0 r_0 \sin\theta + C_2} \right| - 2z_0 \sin\theta \left\{ \frac{1}{r_0 \cos 2\theta + z_0 \sin\theta} - \frac{1}{r \cos 2\theta + z_0 \sin\theta} \right\} \quad (23)$$

$$D<0 \text{ のとき } \frac{h_2 t}{\rho} \cos 2\theta = \ln \left| \frac{\frac{h_2}{2} r^2 \cos 2\theta + h_2 z_0 r \sin\theta + C_2}{\frac{h_2}{2} r_0^2 \cos 2\theta + h_2 z_0 r_0 \sin\theta + C_2} \right| - \frac{2h_2 z_0 \sin\theta}{\sqrt{-D}} \left[\tan^{-1} \frac{h_2 (r \cos 2\theta + z_0 \sin\theta)}{\sqrt{-D}} - \tan^{-1} \frac{h_2 (r_0 \cos 2\theta + z_0 \sin\theta)}{\sqrt{-D}} \right] \quad (24)$$

$$\cos 2\theta = 0 \text{ のとき 式(19)と同型になり } \frac{h_2 z_0 \sin\theta}{C_2} \left\{ \frac{h_2 z_0 t}{\rho} \sin\theta + r_0 - r \right\} = -\ln \left\{ \frac{h_2 z_0 r \sin\theta + C_2}{h_2 z_0 r_0 \sin\theta + C_2} \right\} \quad (25)$$

解析による境界面の方程式、式(19)と式(22)~(25)の形状を計算した例を図-2、図-3に示した。解析においては $r=r_0$ における P_0 を一定値を採用したりしていることなど問題点があるが、圧縮性空気の場合の境界面形は上部に広がる傾向を示している。圧入された空気が小泡となつて分散する実際の土中の気泡の運動を説明するには程遠いが、全体的傾向は上記解析式でも表現しているようにみえる。

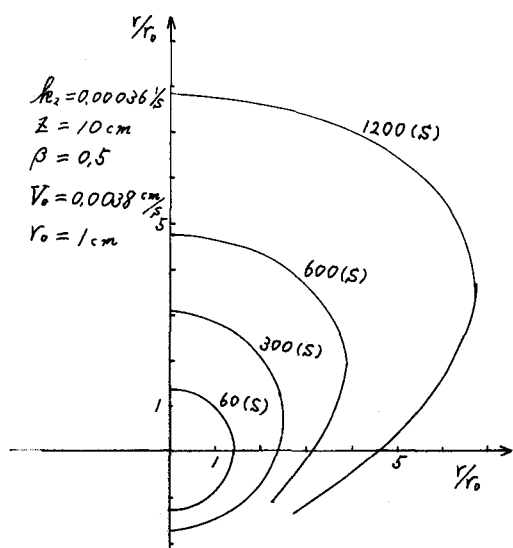


図-2 圧縮性空気としたときの式(22)~(25)の境界面形状の非定常変化

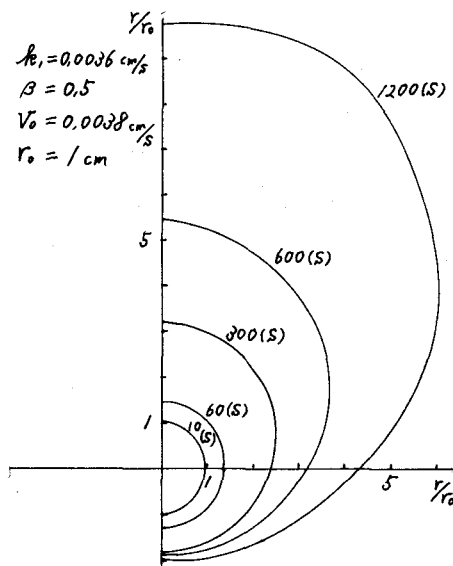


図-3 空気を非圧縮としたときの式(19)、(20)の境界面形状の非定常変化