

ソリトン構造を持つうねりの初期状態に関する研究

岐阜大学工学部 正会員 安田孝志
岐阜大学工学部 の学生会員 三島豊秋

1. 緒言 浅海域におけるうねりの特色は、研波に見られるような周期に支配されない / 波ごとの独立性、いわゆる粒子性にあると考えられる。著者らは、こうしたうねり性海岸波浪の微視的構造はソリトンを基準モードとしたコヒーレントな秩序になっていることを明らかにすると同時に、ソリトンの粒子性に着目することにより、海岸波浪のソリトンスペクトル分布を統計力学的手法との対応から理論的に導いている。そこで、ここでは、エントロピー最大条件下のソリトンスペクトルの理論分布の現地波浪への適用性を検討すると同時に、波群構造に関し連長およびトータルランの両面から検討することにより若干の考察を行なう。

2. 初期状態におけるソリトンスペクトル分布とエネルギー分布

座標系および記号を図-1のように定めれば、非回転流体場での流体力学の基礎方程式から導かれるソリトン構造を持つ海岸波浪の正準方程式は次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} d\delta_m/d\tau &= \delta H/\delta P_m = 32 P_m^{3/2}/27 \\ dP_m/d\tau &= -\delta H/\delta \delta_m = 0 \\ H &= -\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -\eta^3/4 + \eta^2/12 \right\} d\zeta \\ &= \sum_{m=1}^M 64 P_m^{3/2}/135 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $\zeta = x/h$, $\tau = \varepsilon^{1/2}(x^* - t^*) + 3\eta_0 \tau/2$, $\tau = \varepsilon^{3/2} t^*$, $x^* = x/h$, $t^* = t\sqrt{g/h}$, P_m ; ソリトンの波高の $3/4$ 倍に相当する固有値, δ_m ; ソリトンの時間発展を表す位相に相当するパラメータ, および H ; $K-dV$ 方程式のソリトン部分に対するHamiltonianである。一般に $K-dV$ 方程式によって表される波動場は完全積分系, すなわち初期状態にのみ依存する決定論的な系となるため, ソリトン構造を持つ海岸波浪における不確定性は初期確率に依っているものと考えられる。そこで, ソリトン数およびHamiltonianの変動が無視できる程十分大きな系の初期状態に対し, i) ノーマルモードからソリトンモードへの遷移は完全に確率的である, ii) 系の個々の微視的状態はすべて等しい確率で発生する,

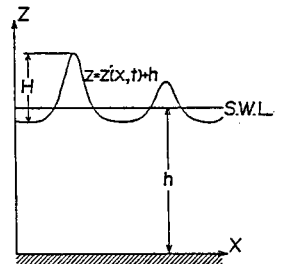


図-1 座標系および記号

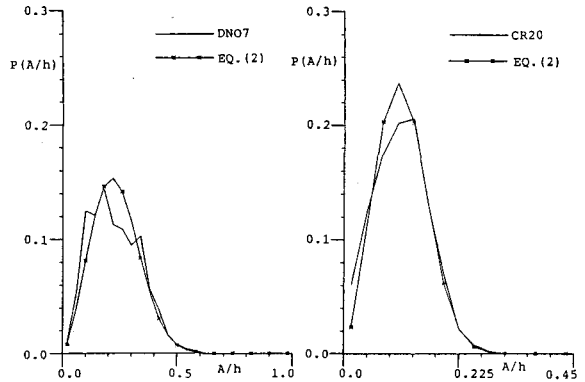


図-2 ソリトンスペクトル分布に関する観測結果と理論結果との比較

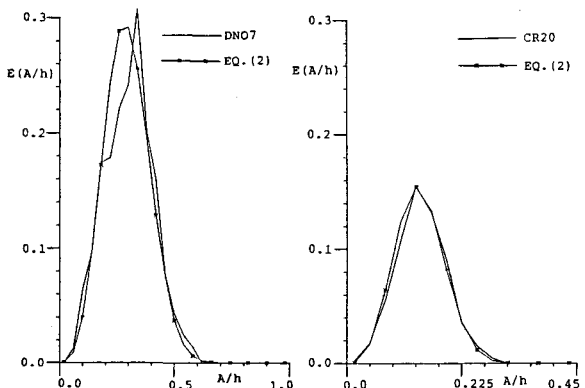


図-3 エネルギー分布に関する観測結果と理論結果との比較

と仮定すると、時空間上で最も発生しやすいソリトンスペクトル分布 $P(P)$ およびエネルギー分布 $E(P)$ はエントロピー最大条件から次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} P(P) &= (5P^{3/2}/2\langle H \rangle) \exp(-P^{5/2}/\langle H \rangle) dP \\ E(P) &= (32P^{5/2}/27\langle H \rangle) \exp(-P^{5/2}/\langle H \rangle) dP \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $\langle H \rangle$ は Hamiltonian のソリトン 1 個当りの平均値である。各ソリトンの固有値と波高とを完全に対応させることは厳密にはできないが、ソリトンの間隔が相互干渉を無視出来る程度に離れている場合には個々のソリトンの波高と固有値との対応は漸進的に可能となる。図-2 および図-3 は現地データ (DNO7, CR20) と式 (2) とを比較したものである。この図より、式 (2) で表わされる理論分布と標本分布とはよく対応していると判断される。

3. 連長およびトータルラン 前述の初期状態に関する仮定 i), ii)

およびソリトン間隔に関する仮定が成立つとすれば、初期状態における 1 個のソリトンの発生確率は周りのソリトンからの影響を受けず、(したがって、各ソリトンは確率的に独立な波動として扱うことができる。このとき、連長およびトータルランは、前後の波の相関を無視した場合の合田の理論式によって次のように表される。

$$\begin{aligned} P(j1) &= P^{j1-1} (1-P) \\ P(j2) &= P(1-P) \{ P^{j2-1} - (1-P)^{j2-1} \} / (2P-1) \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 $j1$ は連長、 $j2$ はトータルランであり P は基準の波高を超える波高の出現確率である。基準の波高を平均波高であるとする、ガンマ関数 $\Gamma(7/5)$ を用いることによって、式 (2) より

$$P = 1 - \exp\{-P^{5/2}/\Gamma(7/5)\} \quad (4)$$

が求められる。図-4 および図-5 は、上述の現地データより求めた分布と式 (3) および (4) で表される理論分布とを比較したものである。DNO7 に関しては理論分布との一致が見られるが、CR20 に関しては必ずしも一致しているとは言えず、各ソリトンを無相関とする理論分布では表し切れないことがわかる。各ソリトン間の相互干渉の影響やソリトンの伝播に伴う空間分布特性の変化などがソリトン間に生じる相関の原因として挙げられるが、連特性に最も影響する相関の原因は初期状態における波群構造の形成にあると考えられる。すなわち、初期状態において波群構造の形成があると、少なくとも空間分布特性に関しては前述の仮定 ii) が成立たなくなる。この点に関してはさらに検討を必要とするであろう。

4. 結 言 以上、エントロピー最大条件より求められた理論分布は、ソリトンスペクトル分布およびエネルギー分布に関しては標本分布を十分表わし得るが、連特性などのように空間分布特性が影響を及ぼすような分布に関しては不十分であることがわかった。今後は、上述したように初期状態において波群構造が形成されるとの立場からソリトン間の相関に関する検討を行ない、空間分布特性に関する評価を試みたい。

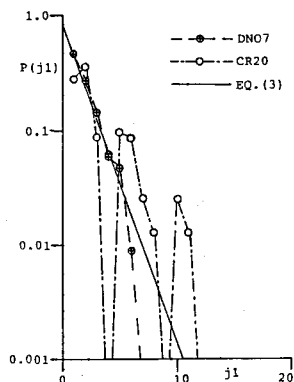


図-4 連長に関する観測結果と理論結果との比較

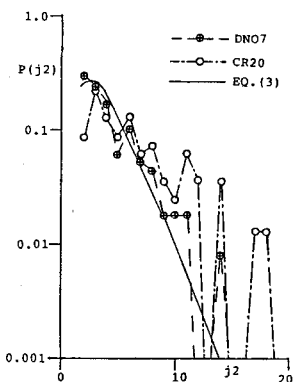


図-5 トータルランに関する観測結果と理論結果との比較