

## 1次元ソリトンの相互干渉に関する研究

岐阜大学工学部 正会員 安田孝志  
岐阜大学工学部 〇学生会員 中嶋規行

1. 緒言 非線形性と分散性が平衡状態にある海岸波浪は、ソリトンを基準モードとしたコヒーレントな力学的秩序を持つと同時に、その不規則性により、ソリトンの衝突を必然としている。したがって、ソリトンの衝突の過程において何らかの特異性が生じるならば、これはソリトン構造を持つ海岸波浪の特異性として巨視的に評価されることになる。ここでは、こうしたソリトンの衝突過程を海岸工学的観点から捉え直し、その特異性を反映した積分量を見出し明らかにする。

2. 積分量の定義 局在した波源域からの海岸波浪は、非回転仮定の下に流体力学の基礎方程式から導かれる次式のKdV方程式によって記述される。

$$\eta_t + 3\eta\eta_{x/2} + \eta_{xxx}/6 = 0, \quad \xi\eta = z/\lambda, \quad \xi = \varepsilon^2(x^* - z^*), \quad \tau = \varepsilon^3 t^*, \quad x^* = z/\lambda, \quad z^* = t/\sqrt{\lambda} \quad (1)$$

ここに、 $z^*$ ; 平均水面周りの水位変動, および  $\lambda$ ; 平均水深である。このとき水平水粒子速度  $u$  および圧力  $P$  は、それぞれ次式のように表される。

$$u/\sqrt{\lambda} = \varepsilon\eta, \quad P/\rho g\lambda = 1 + \varepsilon\eta - z^*, \quad z^* = z/\lambda \quad (2)$$

これより、工学的に問題となる海岸波浪の質量流束  $M_1$ , 運動量流束  $M_2$  およびエネルギー流束  $M_3$  の各積分量は、次式のように  $\eta$  の関数として表される。

$$M_1 \cdot \rho g/\sqrt{\lambda} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho u \, dz \, dx \quad \Rightarrow \quad M_1 = \varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} \eta \, d\xi + \varepsilon^2 \int_{-\infty}^{\infty} \eta^2 \, d\xi + \dots \quad (3)$$

$$M_2 \cdot \rho \lambda^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\rho u^2 + P) \, dz \, dx \quad \Rightarrow \quad M_2 = \varepsilon^2 \int_{-\infty}^{\infty} \eta^2 \, d\xi + \varepsilon^3 \int_{-\infty}^{\infty} \eta^3 \, d\xi + \dots \quad (4)$$

$$M_3 \cdot \rho \lambda^2 \sqrt{\lambda} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P u \, dz \, dx \quad \Rightarrow \quad M_3 = \varepsilon^3 \int_{-\infty}^{\infty} \eta^2 \, d\xi + \varepsilon^4 \int_{-\infty}^{\infty} \eta^3 \, d\xi + \dots \quad (5)$$

一方、式(1)より、周期性あるいは局在波の条件下では  $\int_{-\infty}^{\infty} \eta \, d\xi$  および  $\int_{-\infty}^{\infty} \eta^2 \, d\xi$  が共に保存されるため、これらの積分量をKdV方程式のオーダーで評価する限り、いずれも保存量となり、ソリトンの衝突に独立であることがわかる。そこで、波動の場と底質や構造物との応答において問題となる水平水粒子速度や水平波力の非対称性を反映した積分量として、 $I_1$ ,  $I_2$  および  $I_3$  を次式のように定義する。

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \eta |\eta| \, d\xi, \quad I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \eta^3 \, d\xi, \quad I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \{C_0(D/\lambda) |\eta| \eta| + C_1(D/\lambda) (D/\lambda)^2 \eta^2\} \, d\xi \quad (6)$$

ここに、 $C_0$ ; 抗力係数,  $C_1$ ; 質量係数, および  $D$ ; 円柱の直径で、ここでは  $C_0=1$ ,  $C_1=2$ ,  $D/\lambda=0.05$  とする。

3. ソリトンの衝突過程における波形および積分量の変化 図-1は、 $U_1=40$  および  $A_1=0.3$  の下で  $A_2/A_1=0.2, 0.5$  および  $0.9$  としたときの衝突過程の波形変化を示す。また、図-2は比較のために  $A_2/A_1=0.9$  のときの漸近解による波形変化を示したものであり、図-3は  $A_1=0.5$ ,  $A_2=0.25$  および  $A_2=0.1$  の3つのソリトン間の衝突過程の波形変化を示したものである。これから、 $A_2/A_1$  が増すに従って、位相変化が顕著になるが、波形自体の変化は逆に減少し、 $A_2/A_1=0.5$  付近において2ソリトンの相互干渉の影響が最も大きくなることがわかる。また衝突過程に生じる位相変化は、波形の非線形性を逆に弱め、位相変化を伴わない漸近解による波形変化との相違を大きくしているが、3番目のソリトンの存在によって抑制されることがわかる。図-4は、 $A_1=0.5$ , および  $A_2=0.25$  の場合の上述の  $I_1$ ,  $I_2$  および  $I_3$  の変化を示したものであり、図中の実線および破線はそれぞれ厳密解および漸近解によるものを示す。

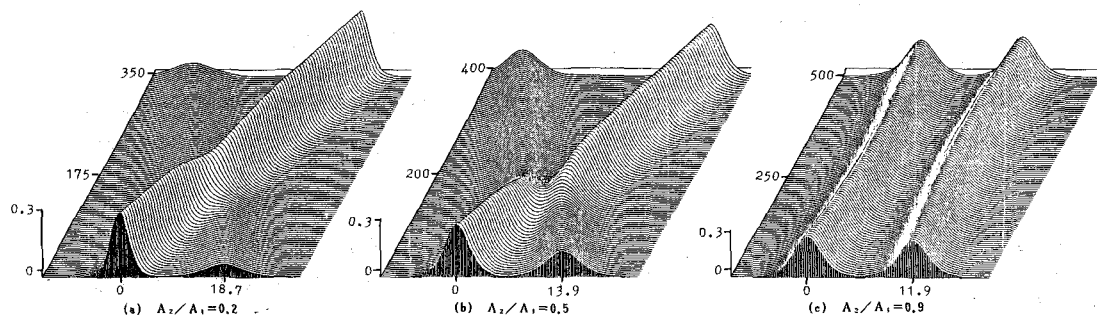


図-1 厳密解による衝突過程の波形変化

漸近解の場合はその波形変化に対応して衝突過程においていずれの積分値も増大するが、厳密解によるものは逆に減少する。特に  $I_1$  および  $I_2$  が減少するという結果は、ソリトンの衝突点において砂州が形成されることを示した石田の指摘に対応したものであり、砂れん上の浮遊砂の運動機構にも影響しよう。図-5は、図-3に対応した  $I_1$  および  $I_2$  の変化を示したものであり、これから積分値の変化は3番目のソリトンによって抑制される傾向にあることがわかる。図-6は  $I_1$  および  $I_2$  の最大低下量  $H_1$  および  $H_2$  と  $A_2/A_1$  の関係を示し、図中の破線は比較のため漸近解による  $I_1$  および  $I_2$  の最大増加量  $G_1$  および  $G_2$  を示したものである。これより、ソリトンの衝突過程の特異性は非対称性の低下として現れ、 $A_2/A_1=0.5$  付近において極大値を持ち、非対称性に依存した現象に対して影響を及ぼすものと考えられる。

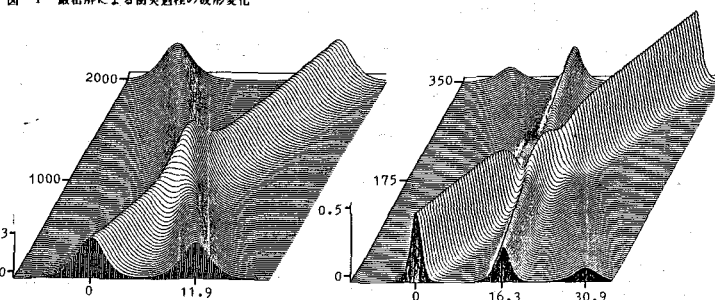


図-2 漸近解による衝突過程の波形変化 ( $A_2/A_1=0.9$ )

図-3 3つのソリトンの衝突過程の波形変化 ( $A_1=0.5, A_2=0.25, A_3=0.1$ )

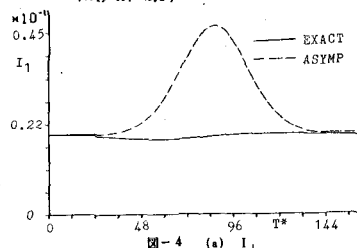


図-4 (a)  $I_1$

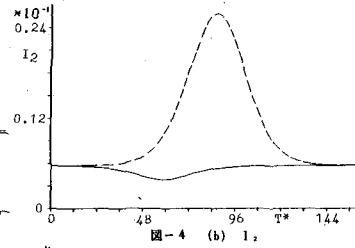


図-4 (b)  $I_2$

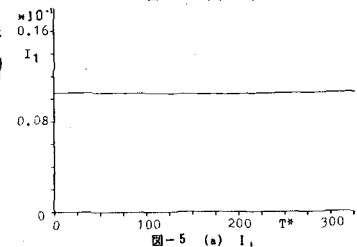


図-5 (a)  $I_1$

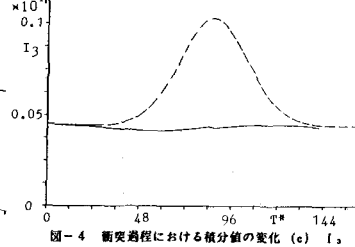


図-5 (b)  $I_2$

3. 結 語 ソリトン構造を持つ海岸波浪の特異性はソリトンの衝突にあると考えられるが、その影響は、底質の移動機構などを除けば、波力などの工学的問題に対し安全側に現れることを示した。

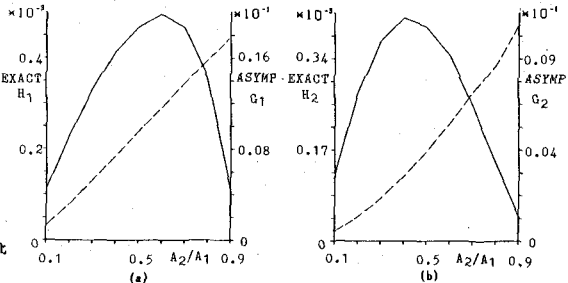


図-6 積分値の最大変化量と  $A_2/A_1$  の関係