

円柱周辺の局所洗掘機構について

金沢大学工学部 正 員 辻本 哲郎
金沢大学工学部 ○学生員 水上 敏昭

1. まえがき 洪水時の橋梁被災の最大誘因として、橋脚周辺の局所洗掘が挙げられる。本研究では、その基本的事象である馬蹄型渦による洗掘機構を明らかにするため、円柱前面に着目して洗掘過程の記述を試みた。特に、従来別々に扱われてきた静的洗掘 (clear water scour) と動的洗掘 (scour with continuous sediment motion) を統一のモデルで扱うこと、また洗掘に付随する諸様相をも系統的に扱えることに留意した。本報ではモデルの基礎式、静的洗掘過程、動的平衡洗掘深及び河床波の影響について述べる。

2. 洗掘基礎式 円柱前面の洗掘孔形状は、図—1に示すように渦によって砂が飛び出す領域とそこへ砂がひきずられて落ち込む領域とから形成される。渦領域の面積は、 $[L_1(z_p) + D] \cdot L_1(z_p) \cdot (\theta/2)$ で、この領域の平均 pick-up rate を $p_{\infty} \cdot \psi_p(z_p)$ と表す。 p_{∞} は $z_p = 0$ のときの値で、 $\psi_p(z_p)$ は洗掘の進行に伴う掃流力による増減を示す。また、この領域から系外へ出る確率を $p_g(z_p)$ とする。このときの Δt 時間当りの流出土砂体積 ΔV_1 は、式(1)となる。 A_2 、 A_1 は砂の形状係数で他の記号は図—1に準拠する。一方、上流からは幅 $[A_2(z_p) + (D/2)] \cdot \theta$ にわたって流砂が供給される。円柱前方での掃流力の場所的分布に伴う非平衡流砂量の洗掘孔上流端での円柱前方での値 $q_B(A_2)$ を $q_B(A_2) q_{B0}$ (q_{B0} : 一樣部での非擾乱平衡流砂量) と表すと、 Δt 時間当りの流入土砂体積 ΔV_2 は、式(2)で示される。さらに Δz_p の洗掘深変化時の洗掘孔変化体積を実質体積によって表すと、洗掘孔形状の時間的相似性が保たれていることから、式(3)が成り立つ。ここで、 ρ_0 は砂の空隙率である。式(1)~(3)を長さスケールとして橋脚径 D 、速度スケールとして沈降速度に比例した $\sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd}$ (σ/ρ : 砂の比重、 g : 重力加速度、 d : 砂粒径) を用いて無次元化すると、式(4)~(7)が得られる。但し、 $p_{\infty} = p_p \sqrt{d/(\sigma/\rho - 1)g}$ 、 $t_p = t \sqrt{(\sigma/\rho - 1)g/d}$ 、 $\lambda_1 = L_1/D$ 、 $\lambda_2 = A_2/D$ 、 $\zeta = z_p/D$ 、 $q_{B0} = q_B/\sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd}$ 、 $\phi_B(\zeta) = q_B(\lambda_2 \zeta)/D$ である。式(4)によって、静的、動的の場合を含めた洗掘過程が記述できる。

3. 静的洗掘過程 静的洗掘過程では流入土砂量は零であるから、式(4)から式(8)が得られる。そこで渦領域での無次元掃流力 $r_{\infty}(\zeta) = r_{\infty} \cdot \psi_r(\zeta)$ がわかると、中川ら¹⁾の pick-up rate 推定式より、式(9)、 ω_0 が求められる。ここに、 $F_0 = 0.03$ 、 $k_2 = 0.7$ 、 $r_p = r_{p0}/r_{\infty}$ 、 r_{p0} : 一樣流部での無次元掃流力、 r_{∞} : 無次元限界掃流力である。 $r_0 = r_{p0}/r_{\infty}$ は、渦の外縁流速、摩擦抵抗の検討から評価されるが、吉川ら²⁾によると約1.5と推定されている。また、渦領域から系外へ飛び出す確率は、渦領域の step length が、渦領域 L_1 よりも大きくなる確率を考え、式(11)で与えられるものとした。洗掘初期の段階では、洗掘孔形状が図—2(a)となり、洗掘孔が渦のスケールより大きくなると、安息角で規定される斜面が出現して、図—2(b)のようになることがわかっている。そこで、渦のスケールの洗掘進行に伴う変化を、Baker の仮定³⁾を用いることによって $\lambda_1(\zeta)$ 、 $\lambda_2(\zeta)$ は、式(12)~(15)のように定式化される。但し、 $\zeta_1 = \omega_0/(1 - k_2 \omega_0)$ 、 $\omega_0 = r(0)/D$ 、 ϕ_r : 砂の安息角である。また、 k_2 、 ω_0 については渦についての検討の結果、 $k_2 \approx 1/7$ 、 $\omega_0 = 0.183$ と推定⁴⁾される。さらに、渦について循環保存則を適用すると、渦のスケールの増加に伴う渦による掃流力の増減が、式(16)として求められる。以上のように、静的洗掘に係るいくつかの関係式が定式化され、式(8)より式(17)が導かれ、この式より静的洗掘過程が記述される。この結果を、図—3に示す。

4. 動的平衡洗掘深 動的洗掘では、上流側からの流入土砂量を考慮しなければならない。まず、円柱前方での掃流力の場所的変化を、 $r_{\infty} \cdot r_r(\zeta)$ で表すと、pick-up rate の場所的変化は、中川ら¹⁾の式を用いて式(18)のように書ける。 $r_r(\zeta)$ は簡単のため、ポテンシャル流理論から求められるものと仮定し、式(19)で近似されるものとする。また、step length とその分布は、一樣流部でのもの ω_0 と同一と見なせるものとする。その確率密度関数 $f_x(\cdot)$ は式(20)となり、平均 step length は式(21)のように平均流砂量と pick-up rate 推定式から求められる。一方、中川らによる非平衡流砂量式¹⁾を適用すると、式(22)のように示される。但し、 $\epsilon_0 = (\lambda_1/\lambda_0) \cdot (D/d)$ 、 $\epsilon = \epsilon D/\lambda_0 d$ である。以上より、動的洗掘過程を記述できるようになったが、動的洗掘過程では相当短時間で平衡洗掘深に達するために、過程そのものよりも平衡洗掘深の予測の方が工学的に重要と言える。そこで、式(4)で $\Delta z_p = 0$ とした場合に得られる式(23)によって無次元平衡洗掘深が求められる。その結果をしめしたのが、図—4である。なお動的洗掘時には、一般に河床波が形成され、これによって洗掘深がどの程度変動するかを予測することも重要な問題であることから、式(4)を用いて、これについての解析的アプローチを試みる。洗掘孔はすでに充分大きくなっていると、また $\phi_B = 1$ であるとすると、 q_{B0} が変動するとし、式(4)に基づいて式(24)の近似式がえられる。充分小さい項を無視し、次式 $\psi_1(\zeta) [D/d] \Delta t \cdot \psi_3(\zeta) \Delta \zeta$ が成り立つことより、結局式(25)が得られる。これに式(6)、(7)を代入して解を求めると、式(26)のようになる。但し、 $T_{D0} = T_D \sqrt{(\sigma/\rho - 1)g/d}$ 、 $\bar{q}_{B0}$: 無次元平均流砂量である。また、河床波の

周期は、河床波一個の体積を平均流砂量で運ぶに要する時間と考えられるので、 $T_D = \frac{1}{\theta} (1 - \rho_0) L H / \bar{q}_{B=0}$ となり、 $\theta = H / L$ 、 $k_L = L / h$ を用いて無次元化すると、式 (27) となる。式 (26) ~ (27) より洗掘深の半振幅 a_z は、式 (28) で与えられることとなる。今後は、最大洗掘深の予測やそれに基づく橋脚基礎の根入れ深さの設計にあたっては、こうした情報を取り入れてゆくべきであると考ええる。

5. あとがき 以上述べたことより、洗掘問題がかなり解析的に説明されるようになり、実験室内の小規模実験での検証を経て、実際スケールの問題について充分精度の良い予測が可能となるものと思われる。今後は、モデルの細部にわたって実験的検証を行っていきたいと考えている。

$$\Delta V_1 = [L_1(z_p) + D] \cdot L_1(z_p) \cdot (\theta/2) \cdot p_{\infty} \psi_p(z_p) (A_2/A_1) d \cdot p_E(z_p) \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta V_2 = q_{B=0} \phi_B (A_2(z_p)) [A_2(z_p) + (D/2)] \cdot \theta \cdot \Delta t \quad (2)$$

$$\Delta V_3 = (1 - \rho_0) [A_2(z_p) + D] A_2(z_p) \cdot (\theta/2) \cdot \Delta z_p \quad (3)$$

$$[\Psi_1(\zeta) - \Psi_2(\zeta)] \cdot (d/D) \Delta t = \Psi_3(\zeta) \Delta \zeta \quad (4)$$

$$\Psi_1(\zeta) = (A_2/2A_1) p_{\infty} \psi_p(\zeta) \{ \lambda_1(\zeta) + 1 \} \cdot \lambda_1(\zeta) \cdot p_E(\zeta) \psi_p(\zeta) \quad (5)$$

$$\Psi_2(\zeta) = (d/D) q_{B=0} \tilde{\phi}_B(\zeta) \{ \lambda_1(\zeta) + (1/2) \} \quad (6)$$

$$\Psi_3(\zeta) = (1 - \rho_0) \{ \lambda_1(\zeta) + 1 \} \cdot \lambda_1(\zeta) / 2 \quad (7)$$

$$\Psi_1(\zeta) \cdot (d/D) \Delta t = \Psi_3(\zeta) \Delta \zeta \quad (8)$$

$$p_{\infty} = F_0 \tau_0 \alpha_0 \gamma (1 - k_2/\tau_0 \gamma)^2 \quad (9)$$

$$\psi_p(\zeta) = \psi_c(\zeta) [1 - k_2 / \{ \tau_0 \gamma \psi_c(\zeta) \}]^2 / (1 - k_2/\tau_0 \gamma) \quad (10)$$

$$p_E(\zeta) = \text{prob} [\text{step length} > \alpha \Delta z] = \exp \{ -(\alpha \lambda_1(\zeta) / \lambda_{0p}) (d/D) \} \quad (11)$$

$$\omega(\zeta) = \gamma(\zeta) / D = \omega_0 (1 + k_\omega \zeta) \quad (12)$$

$$\lambda_1(\zeta) = \omega_0 (1 + k_\omega \zeta) (1 + \sin \theta_c) \quad (13)$$

$$\theta_c = \begin{cases} \pi/2 & (A > 1) \\ \arcsin A - \phi_r & (A \leq 1) \end{cases} \quad A = (\tau_0 \gamma / k_2) \sin \phi_r \cdot \psi_r(\zeta) \quad (14)$$

$$\lambda_r(\zeta) = \begin{cases} \omega(\zeta) + \sqrt{2} [2\omega(\zeta) - \zeta] & (0 < \zeta < \zeta_1) \\ \cot \phi_r + (2 - \cot \phi_r) k_\omega \omega_0 \zeta + (2 - \cot \phi_r) \omega_0 & (\zeta > \zeta_1) \end{cases} \quad (15)$$

$$\psi_r(\zeta) = (1 + k_\omega \zeta)^2 \quad (16)$$

$$\frac{A_2}{[A_2(1 - \rho_0)]} p_{\infty} \left(\frac{d}{D} \right) \frac{dz}{d\zeta} = \frac{[\lambda_r(\zeta) + 1] \lambda_r(\zeta)}{[\lambda_r(\zeta) + 1] \lambda_r(\zeta) p_E(\zeta) \psi_p(\zeta)} \frac{d\zeta}{d\zeta} \quad (17)$$

$$r_p(\zeta) = \frac{p_{\infty}(\zeta)}{p_{\infty 0}} \cdot \left[\frac{1 - k_2 / \{ \tau_0 \gamma(\zeta) \} \cdot \gamma}{2 - k_2/\gamma} \right]^2 \cdot \psi_r(\zeta) \quad (18)$$

$$r_r(\zeta) = [1 - \{ 1 / (2\zeta + 1) \}]^2 \quad (19)$$

$$f_X(x) = (1/A_0) \exp \{ -x/A_0 \} \quad (20)$$

$$\lambda_0 = A_0/d = (A_2/A_1) q_{B=0} / p_{\infty 0} \quad (21)$$

$$\phi_B(\lambda_p) = \frac{q_{B=0}(\lambda_p(\zeta))}{q_{B=0}} = \int_{\lambda_p}^{\infty} r_p(\zeta) f_X(x) dx = \int_{\lambda_p}^{\infty} r_p(\zeta) \cdot \exp \{ -(\zeta - \zeta_0) \} d\zeta \quad (22)$$

$$\frac{D}{d} \frac{[\lambda_1(\zeta_p) + 1] \lambda_1(\zeta_p) p_E(\zeta_p) \cdot \psi_p(\zeta_p)}{\phi_B(\zeta_p) \{ \lambda_1(\zeta_p) + (1/2) \}} = \frac{2A_2 q_{B=0}}{A_1 p_{\infty}} \quad (23)$$

$$[\Psi_1(\zeta_p) \{ 1 + \frac{1}{\Psi_1(\zeta_p)} \frac{\partial \Psi_1}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta_p} \zeta' \} - \Psi_2(\zeta_p) \{ 1 + \psi + \frac{1}{\Psi_2(\zeta_p)} \frac{\partial \Psi_2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta_p} \zeta' \}] \left(\frac{d}{D} \right) \Delta t = \Psi_3(1 + \frac{1}{\Psi_3(\zeta_p)} \frac{\partial \Psi_3}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta_p} \zeta') d\zeta \quad (24)$$

$$\frac{d\zeta'}{d\zeta} = - \frac{\Psi_2(\zeta)}{\Psi_3(\zeta)} \left(\frac{d}{D} \right) \cdot \psi \quad (25)$$

$$T_D = \frac{1}{\theta} (1 - \rho_0) k_L^2 \theta (h/d)^2 \bar{q}_{B=0} \quad (26)$$

$$\zeta' = [\bar{q}_{B=0} / (1 - \rho_0) \pi] \cdot (d/D)^2 [1/T_D(\zeta_p) \cdot T_{D-} \sin(2\pi \zeta' / T_{D-} + (\pi/2))] \quad (27)$$

$$a_z = \alpha \gamma \cdot D = [k_L^2 \theta / 2\pi \lambda_r(\zeta_p)] (\lambda/D)^2 \quad (28)$$

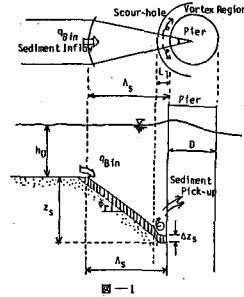


図-1

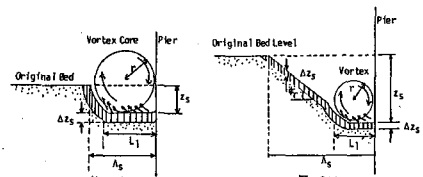


図-2(a)

図-2(b)

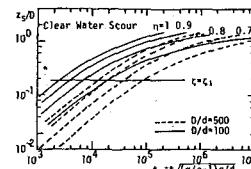


図-3

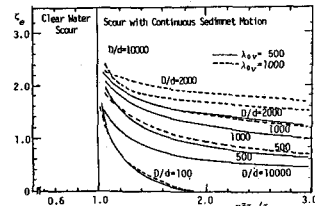


図-4

