

積分方程式法による水中構造物の動的応答解析

東海大学大学院 学生員 〇川上哲太郎

東海大海洋学部 正 員 北原 道弘

1 はじめに

近年、積分方程式法は、有効な数値解析手法として、数多くの工学上の問題に適用されている。特に、構造物-流体系における問題では、構造物による水面波の散乱問題、浮体の動的応答解析、波圧の解析などに応用され、その有用性が確かめられている。しかし、これらの多くは構造物を剛体と仮定し解析したものであり、海洋構造物の変形特性の解析、応力集中、破壊問題などは未だに解明されていない。

そこで、本研究ではまず、構造物を線形弾性体と仮定し、弾性体-流体系に関するカップリング問題に積分方程式法を適用することにより、構造物自身の変形を含んだ動的応答解析を行なうものである。

2 弾性体-流体系のカップリング問題の定式化

領域をFig.1のように定義する。領域I,II,IIIは、非圧縮性完全流体領域であり、I,IIIは無限遠を含む一定水深域である。また、領域IIは、構造物および水深の変化による波の散乱が顕著な領域である。さらに、散乱波は領域I,IIIにおいて無限遠で放射条件を満足する。領域IVは等方、均質、線形な弾性体とする。

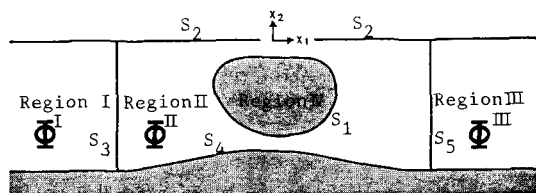


Fig. 1 Definition of the region

弾性体および流体に関する基礎式は、定常状態において次のようになる。

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \rho \omega^2 \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (\text{弾性体}) \quad (1)$$

($\mathbf{u}$; 変位ベクトル, λ, μ ; Lamé 定数)

$$\Delta \Phi = 0 \quad (\text{流体}) \quad (2)$$

(Δ ; ラプラシアン, Φ ; 速度ポテンシャル)

弾性体および流体の境界上における変位および速度ポテンシャルに関する積分表現は、基本解 $\mathbf{U}$, G を用いてそれぞれ次のように表わされる。

$$C_d^+ \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \int_S \{ \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}; \omega) \cdot (\mathbf{T}^{\text{II}} \mathbf{u}(\mathbf{y})) - \{ \mathbf{T}^{\text{II}} \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}; \omega) \} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) \} dS_y \quad (\text{弾性体}) \quad (3)$$

$$C_d^+ \Phi(\mathbf{x}) = \int_S \left\{ G(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \frac{\partial \Phi(\mathbf{y})}{\partial n} - \frac{\partial G(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial n_y} \Phi(\mathbf{y}) \right\} dS_y \quad (\text{流体}) \quad (4)$$

ここに、 $\mathbf{U}$, G は次のようになる。

$$\mathbf{U} = \frac{i}{4\pi\mu} \{ H_0^{(1)}(k_r r) \mathbf{1} + \frac{1}{k_r^2} \nabla \nabla \cdot \{ H_0^{(1)}(k_r r) - H_0^{(1)}(k_t r) \} \} \quad (5)$$

$$G = \frac{1}{2\pi} \log \frac{r}{r'} \quad (6) \quad (r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|, \mathbf{1}; \text{単位テンソル})$$

また、 C_d^+ , C_d^- は 2 重層ポテンシャルの Free term の係数である。

境界 S_1 上において、次に示す応力および変位に関する連続条件を与えることにより、弾性体-流体系のカップリングを行なうことができる。

$$\mathbf{t} = -n p = -n i \rho \omega \Phi^{\text{II}} \quad (7) \quad (\mathbf{t}; \text{応力ベクトル}, p; \text{流体})$$

$$-i\omega \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = (\nabla \Phi^{\text{II}}) \cdot \mathbf{n} \quad (8) \quad (\mathbf{v}; \text{速度ベクトル})$$

次に、自由表面 S_2 、海底面 S_4 、仮想境界 S_3 , S_5 における境界条件は次のようになる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = \frac{\omega^2}{g} \Phi \quad (\text{on } S_2) \quad (9) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } S_4) \quad (10)$$

$$\Phi^{\text{I}} = \Phi^{\text{II}}, \frac{\partial \Phi^{\text{I}}}{\partial n} = \frac{\partial \Phi^{\text{II}}}{\partial n} \quad (\text{on } S_3) \quad (11) \quad \Phi^{\text{II}} = \Phi^{\text{III}}, \frac{\partial \Phi^{\text{II}}}{\partial n} = \frac{\partial \Phi^{\text{III}}}{\partial n} \quad (\text{on } S_5) \quad (12)$$

ただし、 Φ^{I} および Φ^{III} は、反射波、透過波および散乱波の振幅係数を未知量とする級数解として与えられる。

(3)、(4)式の積分表現を離散化し、カップリングのための連続条件および境界条件を与えることにより、問題は境界工の変位、速度ポテンシャルおよび反射波、通過波、散乱波振幅係数を未知量とする連立一次方程式に帰着される。

3 数値解析例

Fig.2に示すようなモデルについて、構造物を鋼($G=0.8 \times 10^{10} \text{ kg/m}^2$)と仮定し、反射率(KR)および通過率(KT)に関して、Black & Mei⁽¹⁾の構造物も剛体と仮

定した解析結果と比較したものがFig.3である。両者はよく一致していることがわかる。また、散乱によるエネルギー損失が無いとすれば、 $KR^2 + KT^2 = 1.0$ なる関係が成立するわけであるが、本研究による結果はこの関係を十分満足している。次に構造物も海面に固定された弾性ゴム($G=0.5 \times 10^{10} \text{ kg/m}^2$)の板と仮定し、入射波による構造物の変位状態を示したのがFig.4である。構造物の変位は、入射波数(K)が大きくなるにつれて、小さくなっていくのがわかる。この結果は、微小振幅波理論による水粒子の運動特性と一致するものであると考えられる。

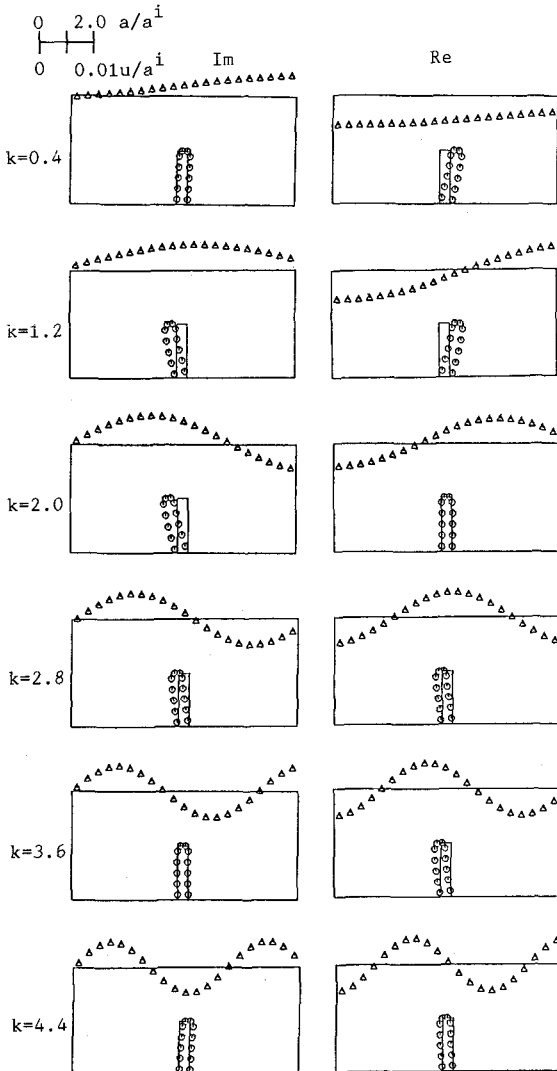


Fig. 4 Deformation of structure

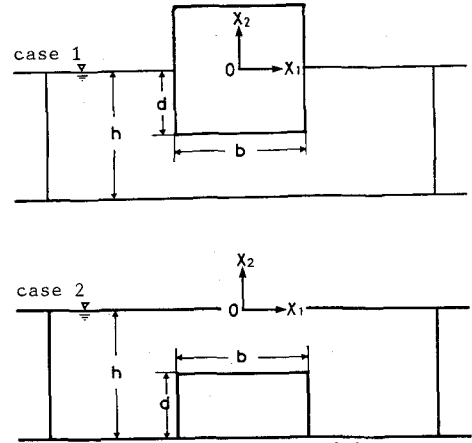


Fig. 2 Numerical model

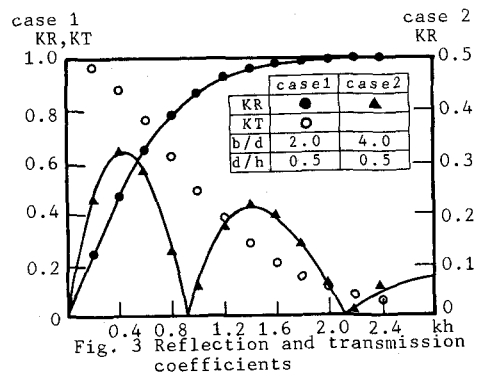


Fig. 3 Reflection and transmission coefficients

参考文献

- (1) Black, J.L. and Mei, c.c.; Scattering and Radiation of Water Waves, Rept no.121, Dpt. of Civil Engineering, Mass.Inst.Technol., 1970