

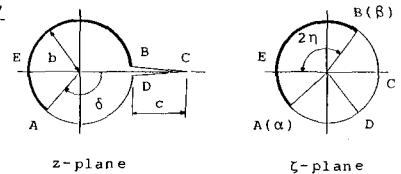
## 円形剛体介在物から発生したはく離およびクラック

名古屋工業大学 学生員 ○奥村 幹也  
名古屋工業大学 正員 長谷部宣男

まえがき 軸方向一様引張荷重を受ける円形剛体介在物からはく離およびクラックが発生した状態の応力解析についてはすでに報告した<sup>1)</sup>。本報告では、剛体介在物が反時計回りにだけ回転した場合について、平面弾性混合境界値問題として、分数式の和の写像関数と複素応力関数を用いて解析する。

解法 Fig. 1 に示す  $z$ -plane を  $\zeta$ -plane に写像する有理写像関数を次式の形に作る。

$$\zeta = \omega(\zeta) = E_0 \left( \zeta + \frac{1}{2\zeta} \right) + \sum_{k=1}^{24} \frac{E_k}{\zeta_k - \zeta} + E_{-1}$$



境界条件として、Fig. 2 に示すように、介在物が反時計回りに Fig. 1 a physical region and a unit circle だけ回転した状態を考える。解法は文献2)の方法により、本報告における境界条件のもとで、

$$\varphi(\zeta) = \chi(\zeta) \left[ -\frac{2G\varepsilon i}{1+\kappa} E_0 \left( 1 + \frac{1}{2\chi(1)\zeta} \right) - \frac{2G\varepsilon i}{1+\kappa} \sum_{k=1}^{24} \frac{E_k}{\chi(\zeta_k)(\zeta_k - \zeta)} - \sum_{k=1}^{24} \frac{\overline{A_k} B_k}{\chi(\zeta_k)(\zeta_k - \zeta)} \right] + \frac{2G\varepsilon i}{1+\kappa} \omega(\zeta)$$

として  $\varphi(\zeta)$  が求められる。応力自由境界が存在する本報告においては、解析接続の定理により、  
 $\varphi(1) = -\bar{\varphi}(1/\zeta) - \bar{w}(1/\zeta) \varphi'(1/\zeta) / \omega'(1/\zeta)$

と  $\varphi(0)$  が与えられる。ここで、 $\kappa$  はポアソン比を表すと、 $\kappa = 3 - 4\nu$  (平面ひずみ)、 $\kappa = (3 - \nu) / (1 + \nu)$  (平面応力) である。本報告では、引張側にのみはく離が発生すると考え、B 点は固定する。A 点と  $x$  軸のなす角  $\delta$  は、はく離の長さを示すパラメータである (Fig. 1, 2)。

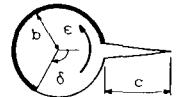


Fig. 2 Loading condition

応力分布 Fig. 3 に  $\delta = 0^\circ$  すなわちはく離のない場合、Fig. 4 に  $\delta = 90^\circ$  すなわち引張側に  $\frac{1}{4}$  周はく離が発生した場合の応力分布の例を示す。剛境界上では、 $\sigma_x / \sigma_y = (3 - \kappa) / (1 + \kappa)$  の関係がある。 $\delta = 0^\circ$  では、B 点近傍およびクラック線上において応力集中がみられる。 $\delta = 90^\circ$  では、はく離の影響により介在物境界面の引張側に広く応力集中がみられる。

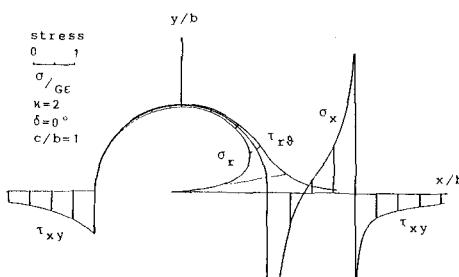
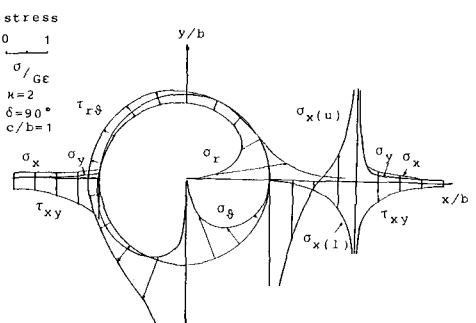


Fig. 3 Stress distribution

Fig. 4 Stress distribution  
 $\sigma_x(u)$ : stress on the upper surface of the crack  
 $\sigma_x(l)$ : stress on the lower surface of the crack

応力拡大係数 本報告においては、 $F_I + iF_{II} = (K_I + iK_{II}) / G\varepsilon\sqrt{\pi c}$  で表わされる無次元化した応力拡大係数を用いる。Fig. 6, Fig. 7 に  $\delta = 90^\circ$  の場合の  $F_I$ ,  $F_{II}$  を示す。

はく離先端の応力特異性値 文献1)においてB点での特異性値の解析法を示した。本報告においてはA点での特異性値を求める。Fig. 5 に示すように、 $x$ - $y$ 座標系で求められた複素応力関数を用いて  $x_r$ - $y_r$  座標系でのはく離先端の応力特異性値を評価する。 $x$ - $y$  座標系,  $x_r$ - $y_r$  座標系における特異性値をそれぞれ  $\beta_0$ ,  $\beta_0'$  とおけば、

$$\beta_0 = \lim_{z \rightarrow z_A} (z - z_A)^{m-1} \phi(z) \quad \beta_0' = \lim_{z_r \rightarrow z_{rA}} (z_r - z_{rA})^{m-1} \phi'_r(z_r)$$

で表わされる。添字  $r$  は  $x_r$ - $y_r$  座標系を示す。両座標系間には、

$$z_r - z_{rA} = e^{-i\delta'} (z - z_A) \quad \phi'_r(z_r) = \phi'(z) \quad (\delta' \text{ は両座標系のなす角})$$

の関係がある。 $x$ - $y$  座標系において、 $\phi'(z) = \psi(s)/\omega(s)$ ,  $\psi(s) = (s-\alpha)^{m-1} f(s)$  と表わされるので、 $x_r$ - $y_r$  座標系での特異性値  $\beta_0'$  は、 $x$ - $y$  座標系での特異性値を用いて、

$$\beta_0' = e^{i(m-1)\delta'} \beta_0 = e^{i(m-1)\delta'} \{ \omega(\alpha) \}^{-m} f(\alpha)$$

として求められる。 $\beta_0 = A_I + iA_{II}$  とおけば、 $A_I$ ,  $A_{II}$  はそれぞれ A 点におけるモード I, モード II の応力の特異性値を表す。本報告においては、 $D_I + iD_{II} = (A_I + iA_{II}) / G\varepsilon\sqrt{b}$  で表わされる無次元化した値を用いる。Fig. 8, Fig. 9 に  $c/b = 1$  ではく離の長さ  $\delta$  に対する  $D_I$ ,  $D_{II}$  の値を示す。

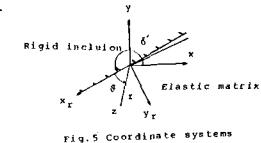
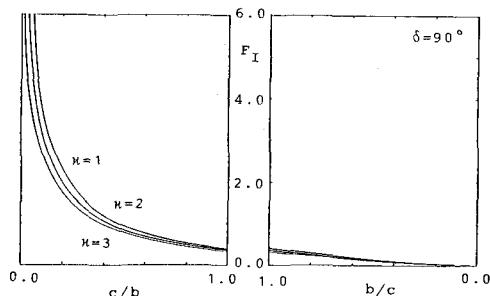
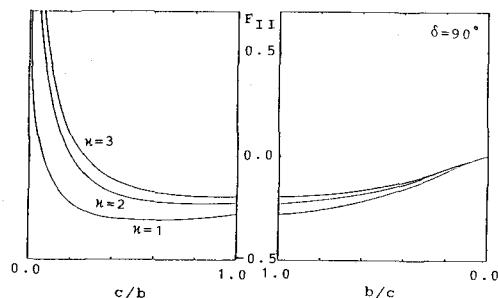
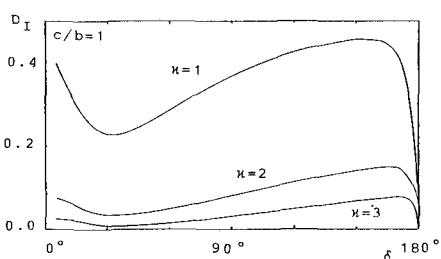
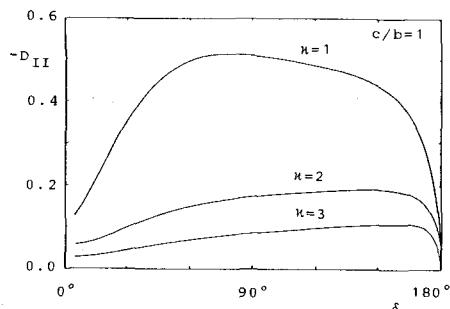


Fig. 5 Coordinate systems

Fig. 6 Nondimensional stress intensity factor  $F_I$  at the crack tip CFig. 7 Nondimensional stress intensity factor  $F_{II}$  at the crack tip CFig. 8 Nondimensional stress singular value  $D_I$  at the interfacial crack tip AFig. 9 Nondimensional stress singular value  $D_{II}$  at the interfacial crack tip A