確率配分モデルに関する基礎的研究

岐阜大学 正員 加藤晃 岐阜大学 正員 宮城俊彦
○岐阜大学 学生員 小川俊幸

1. はじめに

交通量配分モデルは、基本的には確率モデルと決定論的モデルの2つに大別できる。後者は、利用者の評価構造を一様なものと仮定し、経路に関する完全情報仮説のもとでの利用者の最適化行動の結果として生じ、通常、利用者均衡あるいはWardrop均衡として知られている交通均衡状態を再現する。一方、経路情報の不完全性あるいは、利用者の評価構造が異なるとする場合にはWardrop的な意味での均衡は成立しなくなる。このとき、個人の行動は不確実性を考慮した最適化行動をとるものと思われるが、これらの行動はランダム効用理論において記述できる。

本研究は、まずランダム効用理論を基礎として誘導された交通統合モデルから得られる交通配分モデルは[1]、利用者最適化配分と確率配分の両方を含むモデルであることを示す。そして、その基本的性質を検討するとともに、このモデルが確率配分モデルとして提案されたDaganzoモデル[2]と、Fiskモデル[3]に等価であることを明らかにする。

そして最後にモデルの解法についても触れる。なお、本稿では、モデルの性格をより明らかにするため、単一ODペアのモデルについてのみ検討する。

2. 確率配分モデルの提案

(1) 統合モデルの特殊問題としての確率配分モデル

ランダム効用理論と矛盾しないように提案された交通統合モデルにおいて、単一モードを考え、また発生量、分布交通量は既知とすると、次のように表わせる。

[P1] $\max : F_1(f)$

$$F_1(f) = -\frac{1}{\alpha_1}\sum_i\sum_j\sum_m T_{ij}^m \ln T_{ij}^m - \eta\sum_l\int_0^{f_l} P_l(y)\,dy \quad (1)$$

$$\mathrm{st}: \quad \sum_m T_{ij}^m = T_{ij} \quad (2)$$

ここで T_{ij}^m: ij ゾーン間m番目経路利用交通量
f_l: リンク l の利用交通量
$P_l(\cdot)$: リンク l のパフォーマンス関数
η: 利用交通量を利用者数に換算する係数

ただし $f_l = \sum_i\sum_j\sum_m \delta_{l,m}^{ij} T_{ij}^m \quad (3)$

より問題を簡単にするため[P1]を図1に示すような単一ODペアモデルとして書きなおすと、

[P2] $\max : F_2(f)$

$$F_2(f) = -\frac{1}{\alpha_1}\sum_m f_m \ln f_m - \sum_m\int_0^{f_m} P_m(y)\,dy \quad (4)$$

$$\mathrm{st}: \quad \sum_m f_m = f \quad (5)$$

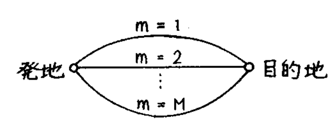

図1

このとき α_1 はランダム効用がガンベル分布すると仮定したとき、ガンベル分布の形状を決めるパラメータで次のように与えられる。

$$\alpha_1 = \frac{\pi^2}{6\sigma^2} \quad (6)$$

ここで σ^2 は、経路選択に伴なうランダム効用の不確実性のバラツキを表わす尺度である。したがって、経路選択において不確実性が増すならば、α_1 は小さな値となり、式(4)において第1項が優勢となり、[P2]はDialが提案したような確率配分モデルとなる。一方、逆の場合には $\alpha_1 \to \infty$ となり[P2]は利用者最適化問題となる。したがって、上述の問題は、確率配分と利用者最適化配

分の両方を含んだ問題を与え，現実の交通はその中間に存在するものと思われ，α_1をどのように求めるかが現実の交通状況を再現するのに重要となる。なお[P2]は，Fisk によって与えられた問題であるが，交通統合モデルの観点からは Fisk モデルは，その特殊問題として与えられることは上述の説明より明らかである。

(2) Daganzo モデルとの関係

Daganzo は多項ロジットモデルで定義される満足度関数を用いて，次のような確率配分問題を定式化した。

[P3] min: $D(\mathbb{C})$

$$D(\mathbb{C}) = \frac{1}{\alpha_1} f \ln \sum_m \exp(-\alpha_1 \cdot C_m) + \sum_m \int_{C_{min}}^{C_m} P_m^{-1}(c)\,dc \quad (7)$$

ここで　$C_{min} = P_m(0)$　(8)

式(4)と式(7)は共役な関係であることは，宮城[(4)]によって示されている。したがって[P2]を解くことと[P3]を解くことは，等価な問題を解くことになる。

3. 適用例

(1) [P2]の均衡条件

式(4)と式(5)においてラグランジュ未定乗数法を用いると，ラグランジュ関数は

$$L(f, \lambda) = F_2(f) + \lambda\left(f - \sum_m f_m\right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_m} = -\frac{1}{\alpha_1}(\ln f_m + 1) - P_m(f_m) - \lambda = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = f - \sum_m f_m = 0 \quad (11)$$

式(10),式(11)および $C_m = P_m(f_m)$ より

$$f_m = f \cdot \exp(-\alpha_1 C_m) \Big/ \sum_m \exp(-\alpha_1 C_m) \quad (12)$$

式(11),式(12)は非線形連立方程式になるので，Newton-Raphson法などで解くことができる。

(2) [P3]の均衡条件

式(7)においてC_mが最適解ならば

$$\frac{\partial D(\mathbb{C})}{\partial C_m} = -f \cdot \exp(-\alpha_1 C_m) \Big/ \sum_m \exp(-\alpha_1 C_m) + P_m^{-1}(C_m)$$
$$= -f_m + P_m^{-1}(C_m) = 0 \quad (13)$$

[P3]は制約条件無し非線形最適化問題となるので，N-R法やD.F.P法で解くことができる。

(3) 解法の比較検討

[P2]と[P3]の均衡条件で単一ODペアでしかも，経路が2本($m=1, 2$)の問題を考えてみた。パフォーマンス関数を $C_1 = P_1(f_1) = f_1^2/2$，$C_2 = P_2(f_2) = 3f_2^2/2$，$f = 10$ とおいて表1の結果を得た。

α_1	[P2]		[P3]	
	f_1, (C_1)	f_2, (C_2)	f_1, (C_1)	f_2, (C_2)
0.	5. (12.5)	5. (37.5)	不安定	
0.01	5.42(14.68)	4.58(31.48)	不安定	
0.05	5.92(17.52)	4.08(24.97)	不安定	
0.1	6.09(18.53)	3.91(22.96)	6.09(18.53)	3.91(22.96)
0.5	不安定		6.28(19.72)	3.72(20.77)
1.	不安定		6.31(19.91)	3.69(20.44)

表1

[P2]はα_1が大きいとき，[P3]はα_1が小さいとき不安定である。ここでは $C_m = a \cdot f_m^2$ といった鋭敏な関数を使ったが $C_m = a + b f_m$ の線形関数を使えば，少しは安定度は増す。次に一定ステップ幅のFrank-Wolfe法を用いて計算するとα_1の大きさにかかわらず収束するが，収束までの時間が長すぎるといった問題点がのこる。またα_1が大きくなれば，利用者均衡解($f_1 = 6.34$，$f_2 = 3.66$)に近づくことは確認できる。以上の結果から明らかなように，確率配分を含む均衡問題は，解の収束の安定性という点でまだ問題があり，大規模ネットワークに適用可能なアルゴリズムの開発が今後の課題である。

参考文献

(1) 宮城；ランダム効用理論を基礎とした交通統合モデル (1983)

(2) Daganzo, C. F; Multinominal Probit The Theory and Its Application to Demand Forecasting (1979)

(3) Fisk, C ; Some developements in equilibrium traffic assignment method (1980)

(4) 宮城；双対交通均衡モデル：交通モード均衡を例に (1982)