

都市内高速道路における統計的制御の効果

信州大学工学部 正 員 奥谷 巖

信州大学工学部 学生員 の濱中 拓郎

1. まえがき 近年、都市内高速道路の交通需要が増大し、交通渋滞の発生による高速道路の機能低下がみられるようになった。これを回避するために我々は、ダイナミックシステムの統計的制御の概念を導入した流入交通制御方法を既に発表しているが、今回は、流入ランプにおいてシミュレーションを行い、具体的にそれを用い、その効果を検討した。

2. 流入ランプにおける交通変量の相互関係

まず、図-1のように、流入ランプにおいて、交通需要量 $\tilde{x}_j^1(t)$ 、交通密度 $\tilde{x}_j^2(t)$ 、および、流入交通量 $\tilde{x}_j^3(t)$ と交通容量 $y_j(t)$ の間どのような関係があるのか、シミュレーションを実行し、重回帰分析によって相互の関係式を求めた。その結果得られたのが次のような関係式である。なお、交通需要量 $\tilde{x}_j^1(t)$ は複合ポアソン分布によって与え、また、容量 $y_j(t)$ は、流入ランプに設けられた信号のパラメータを操作することによって可変とした。

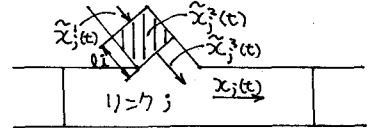


図-1

$\tilde{x}_j^1(t)$; 時刻 t の流入ランプ j の交通需要量.
 $\tilde{x}_j^2(t)$; " " 交通密度.
 $\tilde{x}_j^3(t)$; " " 流入交通量.
 $y_j(t)$; 時刻 t のリンク j の交通容量.
 l_j ; 流入ランプ j のランプ数. n ; 総リンク数

$$\tilde{x}_j^1(t) = \sum_{m=1}^M \tilde{\alpha}_j^{11}(m) \tilde{x}_j^1(t-m) + \tilde{\sigma}_j^1 + \tilde{\varepsilon}_j^1(t) \quad (1)$$

$$\tilde{x}_j^2(t) = \sum_{m=1}^M \{ \tilde{\alpha}_j^{21}(m) \tilde{x}_j^1(t-m) + \tilde{\alpha}_j^{22}(m) \tilde{x}_j^2(t-m) + \tilde{\alpha}_j^{23}(m) \tilde{x}_j^3(t-m) + \tilde{b}_j^2(m) y_j(t-m) \} + \tilde{\sigma}_j^2 + \tilde{\varepsilon}_j^2(t) \quad (2)$$

$$\tilde{x}_j^3(t) = \sum_{m=1}^M \{ \tilde{\alpha}_j^{31}(m) \tilde{x}_j^1(t-m) + \tilde{\alpha}_j^{32}(m) \tilde{x}_j^2(t-m) + \tilde{\alpha}_j^{33}(m) \tilde{x}_j^3(t-m) + \tilde{b}_j^3(m) y_j(t-m) \} + \tilde{\sigma}_j^3 + \tilde{\varepsilon}_j^3(t) \quad (3)$$

(1),(2),(3)式をそれぞれ $j=1, 2, \dots, n$ についてまとめ、それらをまとめてマトリックス表示すると、

$$\tilde{x}(t) = \sum_{m=1}^M \tilde{A}(m) \tilde{x}(t-m) + \sum_{m=1}^M \tilde{B}(m) y(t-m) + \tilde{\sigma} + \tilde{\varepsilon}(t) \quad (4)$$

ここに、

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1^1(t) \\ \tilde{x}_1^2(t) \\ \tilde{x}_1^3(t) \\ \vdots \\ \tilde{x}_n^1(t) \\ \tilde{x}_n^2(t) \\ \tilde{x}_n^3(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}(m) = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}_1^{11} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & \tilde{\alpha}_n^{22} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}(m) = \begin{bmatrix} \tilde{\beta}_1^2 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & \tilde{\beta}_n^3 & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{\alpha}_j = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}_j^{11}(m) & 0 & 0 \\ \tilde{\alpha}_j^{21}(m) & \tilde{\alpha}_j^{22}(m) & \tilde{\alpha}_j^{23}(m) \\ \tilde{\alpha}_j^{31}(m) & \tilde{\alpha}_j^{32}(m) & \tilde{\alpha}_j^{33}(m) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{x}_j(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_j^1(t) & \tilde{x}_j^2(t) & \tilde{x}_j^3(t) \end{bmatrix}^T, \quad \tilde{\sigma} = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_1^1 & \tilde{\sigma}_1^2 & \tilde{\sigma}_1^3 & \dots & \tilde{\sigma}_n^1 & \tilde{\sigma}_n^2 & \tilde{\sigma}_n^3 \end{bmatrix}^T$$

$$\tilde{B}_j = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{b}_j^2 & \tilde{b}_j^3 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\varepsilon}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_1^1(t) & \tilde{\varepsilon}_1^2(t) & \tilde{\varepsilon}_1^3(t) & \dots & \tilde{\varepsilon}_n^1(t) & \tilde{\varepsilon}_n^2(t) & \tilde{\varepsilon}_n^3(t) \end{bmatrix}^T$$

3. リンク及び流入ランプにおける交通変量の相互関係

M 時刻前までの流入交通量と予測に用いるすべてのリンク交通量により、次の時刻のリンク交通量を多重自己回帰分析により予測する。時刻 t の、リンク j のリンク交通量は次のように表わされる。

$$x_j(t) = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^M \alpha_{jk}^{1k}(m) \tilde{x}_k^1(t-m) + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^M \alpha_{jk}^{2k}(m) x_k(t-m) + \tilde{\sigma}_j + \tilde{\varepsilon}_j(t) \quad (5)$$

(5)式を $j=1, 2, \dots, n$ についてまとめ、マトリックス表示すると、

$$x(t) = \sum_{m=1}^M A_1(m) \tilde{x}(t-m) + \sum_{m=1}^M A_2(m) x(t-m) + \tilde{\sigma} + \tilde{\varepsilon}(t) \quad (6)$$

ここに、

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad A_1(m) = \begin{bmatrix} \alpha_1^{11} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & \alpha_n^{22} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}, \quad A_2(m) = \begin{bmatrix} \alpha_1^{21} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & \alpha_n^{22} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}, \quad \tilde{\sigma} = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_1 \\ \tilde{\sigma}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\sigma}_n \end{bmatrix}, \quad \alpha_j^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_j^{11}(m) & \dots & 0 & 0 & \alpha_j^{1n}(m) \end{bmatrix}$$

$$\alpha_j^2 = 1 + [A_j^2(m) \cdots A_j^2(m) \cdots A_j^2(m)]^T, \quad \tilde{\varepsilon}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_1^T(t) \tilde{\varepsilon}_2^T(t) \tilde{\varepsilon}_3^T(t) \cdots \tilde{\varepsilon}_n^T(t) \tilde{\varepsilon}_{n+1}^T(t) \tilde{\varepsilon}_{n+2}^T(t) \end{bmatrix}^T$$

ここで、(A)式を結合すると次式が得られる。

$$X(t) = \sum_{m=1}^M A(m) X(t-m) + \sum_{m=1}^M B(m) Y(t-m) + U + \varepsilon(t) \quad (7)$$

ここに、 $X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, A(m) = \begin{bmatrix} \overbrace{A_1(m) \cdots A_n(m)}^{3n} \\ \underbrace{A_1(m) \cdots A_n(m)}_n \end{bmatrix}, B(m) = \begin{bmatrix} \overbrace{B_1(m) \cdots B_n(m)}^{3n} \\ \underbrace{0 \cdots 0}_n \end{bmatrix}, Y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} \overbrace{U_1 \cdots U_n}^{3n} \\ \underbrace{0 \cdots 0}_n \end{bmatrix}, \varepsilon(t) = \begin{bmatrix} \overbrace{\varepsilon_1(t) \cdots \varepsilon_n(t)}^{3n} \\ \underbrace{\varepsilon_{n+1}(t) \cdots \varepsilon_{n+2}(t)}_n \end{bmatrix}$

いま、 $Z_t(t) = \sum_{i=1}^{M-1} A(i+1) X(t-i) + \sum_{i=1}^{M-1} B(i+1) Y(t-i) \quad (8)$

とおき、 $Z_0(t) = X(t)$ とすると、

$$Z_t = \Phi Z_{t-1} + \Gamma Y_{t-1} + U_t \quad (9)$$

$$X(t) = H Z_t \quad (10)$$

22に、 $\Phi = \begin{bmatrix} \overbrace{A_1(1) \cdots A_n(1)}^{3n} & \overbrace{A_1(2) \cdots A_n(2)}^{3n} & \cdots & \overbrace{A_1(M-1) \cdots A_n(M-1)}^{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overbrace{A_1(M-1) \cdots A_n(M-1)}^{3n} & \overbrace{A_1(M) \cdots A_n(M)}^{3n} & \cdots & \overbrace{A_1(M) \cdots A_n(M)}^{3n} \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} \overbrace{B_1(1) \cdots B_n(1)}^{3n} & \overbrace{B_1(2) \cdots B_n(2)}^{3n} & \cdots & \overbrace{B_1(M-1) \cdots B_n(M-1)}^{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overbrace{B_1(M-1) \cdots B_n(M-1)}^{3n} & \overbrace{B_1(M) \cdots B_n(M)}^{3n} & \cdots & \overbrace{B_1(M) \cdots B_n(M)}^{3n} \end{bmatrix}^T, U_t = \begin{bmatrix} U + \varepsilon(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, Y_t = Y(t)$

4. 総所要時間の最小化

高速道路における制御の目的は、総所要時間を最小にすることにある。そこで目的関数を J_T とし、 $t=1 \sim T$ までの総所要時間をとることにし、走行時間関数を $C_j(x_j(t))$ とすると、

$$J_T = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \{ x_j(t) C_j(x_j(t)) + \tilde{x}_j^2(t) \lambda_j \} \Delta t \quad (11)$$

となり、この J_T を最小にする $Y(t)$ を求めればよいことがわかる。ここで、 $x_j^0(t)$ を一週間前のリンク j の時刻 t における交通量とし、 $C_j(x_j(t))$ をテイラー展開して2次以上の項を無視すると、

$$J_T' = \sum_{t=1}^T \psi(t) Z_t \quad (12)$$

ここに、 $\psi(t) = [L_1^T \cdots L_n^T \alpha_1(t) \cdots \alpha_n(t) \cdots \alpha_{n+1}(t) \cdots \alpha_{n+2}(t) \cdots 0 \cdots 0]^T$, $\alpha_j(t) = C_j(x_j^0(t)) + x_j^0(t) C_j'(x_j^0(t))$, $L_j = [0 \quad \lambda_j \quad 0]$

(12)式に(9)式を代入して、 J_T' を最小化してゆくと、一般に時刻 $(t-1)$ のときの最適解は、

$$y_j(t-1) = \begin{cases} \eta_j(t-1) & (\tilde{\theta}_j(t) \leq 0 \text{ のとき}) \\ \xi_j(t-1) & (\tilde{\theta}_j(t) > 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (t=1, 2, \dots, T)$$

ただし、 $\tilde{\theta}(t) = \tilde{\psi}(t) \Gamma$, $\tilde{\psi}(t) = \tilde{\psi}(t+1) \Phi + \psi(t)$, $\tilde{\psi}(T) = \psi(T)$

また、 $\eta_j(t-1)$ と $\xi_j(t-1)$ は、 $y_j(t-1)$ の上下限値である。

5. 高速道路のシミュレーション

図-2のような高速道路のモデルを想定して、シミュレーションを行う。流入ランア長、リンクの長さ

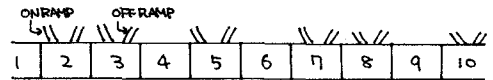


図-2

データとして与える。流入ランアからの発生については、5分間交通量を与え、前述のように複合ポアソン分布に従うものとする。ランア間のOD確率 P_{ij} については、一定時間間隔ごとに変化するようとする。高速道路にひととおり交通が行きわたるまで初期のシミュレーションを行い、定常状態に達した時刻から、本格的なシミュレーションを開始する。このシミュレーションによって求めた、ランアの密度及びリンク交通量によって理論の効果を確かめる。なお、交通流モデルとしては、高次交通流モデルの1つであるPayneモデルを使用した。結果については当日発表するものとする。

参考文献

- 1) 奥谷 隆 / 濱中 拓郎; 「都市高速道路の統計的交通制御に関する基礎的考察」 日本OR学会秋季研究発表会P727/M集, 1983