

信州大学工学部

正 唱

奥谷・巖

信州大学工学部

學生員 ○ 若林 科

I. まえがき

本研究は、交通信号の最適制御を考えるにあたり、車の周囲の交通状況を考慮した高次交通流モデルをとりあげ、その適用性について数値解析的な方法を使用し検討するものである。

II. 高次交通流モデル

いま、高通路軸に沿って、 x 座標を導入し、微小区間 dx について考える。通路に出入口がないものとすれば、この区間 dx の車の数の変化は、境界を通過する交通量のみに依存する。よって、交通密度と交通量の関係は車の数が保存されるという仮定のもとで、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

と表わされる。これは、流体力学モデルにおける連続の式である。ここでは、 ρ は密度、 u は速度、 q は交通量である。本研究は式(1)の連続の式を用いた流体力学モデルを解析する。また、連続の式と運動方程式の両方を考慮したペインモデルについても解析を行なう。

ペインモデルは連続の式として式(1)を用い、運動方程式としてPayneの提案する次の式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \underbrace{-u \frac{\partial u}{\partial t}}_{(a)} - \underbrace{\frac{1}{T} [u - u_f(1 - \rho/\rho_f)]}_{(b)} + \underbrace{\frac{\nu}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}}_{(c)} \quad (2)$$

を用いる。この運動方程式の速度の時間的变化は、式(2)の右辺に示す(a), (b), (c)の3つの項より決定される。

(a) convection 上流が到着する車の影響を考慮した項

(b) relaxation to equilibrium 運転者が道路状況(道路スペース、車間距離)に従った速度に適應する反応を考慮した項

(c) anticipation 運転者の道路下流における交通状況に影響される反応を考慮した項

さらに、式中の u_f は自由速度、 ρ_f は飽和交通密度であり、 τ と ψ は relaxation 及び anticipation に影響されるパラメータである。ここで、 ψ は $\psi = u_f / z \rho_f$ と定義する。

Ⅲ. 数値解析のための方法

ペインモデルの数値解析法は、空間変数に対しては重み付き残差法の一つであるGalerkin有限要素法を用いて定式化を行ない、また時間変数に対しては差分法の一つ、2-step Lax-wendroff法を用いて離散化を行なう。流体力学モデルの数値解析法は、ペインモデルの場合力 μ に関する部分を取り除いて行えばよい。

いま、対象の交通路を n 個に分割し、その中の細分化された要素 n に着目してみる。節点 i 、節点 $i+1$ において Galerkin 法を適用すれば、要素 n における連続の式は式(3)で表わされ、同様に運動方程式と同じ過程で定式化を行えば、式(4)のように表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} 2L_i & L_i \\ L_i & 2L_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\rho}_i \\ \dot{\rho}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\rho_i u_i - \rho_i u_{i+1} - \rho_{i+1} u_i - 2\rho_{i+1} u_{i+1} \\ 2\rho_i u_i + \rho_i u_{i+1} + \rho_{i+1} u_i - 4\rho_{i+1} u_{i+1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$L_i \begin{bmatrix} 3\rho_i + \rho_{i+1} & \rho_i \rho_{i+1} \\ \rho_i + \rho_{i+1} & \rho_i + 3\rho_{i+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\rho_i u_i^2 - 2\rho_i u_i u_{i+1} - \rho_i u_{i+1}^2 + \rho_{i+1} u_i^2 - \rho_{i+1} u_{i+1}^2 - \frac{\partial \rho}{\partial t} (\rho_{i+1} - \rho_i) + \frac{2u_i L_i}{\Delta t} (2\rho_i + \rho_{i+1}) \\ -\frac{L_i}{\Delta t} (3\rho_i u_i + \rho_i u_{i+1} + \rho_{i+1} u_i + \rho_{i+1} u_{i+1}) - \frac{L_i u_i}{\Delta t} (3\rho_i^2 + 2\rho_i \rho_{i+1} + \rho_{i+1}^2) \\ \rho_i u_i^2 + 2\rho_{i+1} u_i u_{i+1} - \rho_i u_{i+1}^2 + \rho_{i+1} u_i^2 - 2\rho_{i+1} u_{i+1}^2 - \frac{\partial \rho}{\partial t} (\rho_{i+1} - \rho_i) + \frac{2u_i L_i}{\Delta t} (\rho_i + 2\rho_{i+1}) \\ -\frac{L_i}{\Delta t} (\rho_i u_i + \rho_i u_{i+1} + \rho_{i+1} u_i + 3\rho_{i+1} u_{i+1}) - \frac{L_i u_{i+1}}{\Delta t} (\rho_i^2 + 2\rho_i \rho_{i+1} + \rho_{i+1}^2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

この操作を要素1から要素*n*の各要素について行ない、同節点について左辺マトリックス、右辺ベクトルを重ね合わせれば、空間変数に対する全体方程式が得られる。この全体方程式の左辺マトリックスを M 、未知量の時間微分項ベクトルを $\frac{\partial V}{\partial t}$ 、右辺ベクトルを F とすれば、時刻 t における関係式は

$$M_t \cdot \frac{\partial V}{\partial t} = F_t \quad (5)$$

である。ここで、2-step Lax-wendroff法を適用し、与えられた初期条件、境界条件のもとに step by step で解けば、未知量 ρ 、 u の値がすべての時間について求まることになる。

次に、境界条件について考える。信号サイクルに関しては、

青→黄→赤の1サイクル系とする。青信号における境界条件は、信号下流の節点1、なびに上流節点 $m+1$ に適用する。

このとき、上流から区間に流入してくる車は、微小時間において一定であると考え、 $\dot{\rho}_{m+1} = \dot{u}_{m+1} = 0$ とし、 ρ_{m+1} 、 u_{m+1} は一定の間隔で与える。一方、下流側境界条件は、低密度、高速度の

一定値を与え、 $\dot{\rho}_1 = \dot{u}_1 = 0$ とする。黄色信号や赤信号の場合、上流側境界条件は青信号の場合と同様に与え、下流側境界条件は信号停止線における速度 u_m のみを与える。そのとき、交通密度 ρ_m に関する境界条件の拘束は解除し、停止線下流の解析は行なわない。そこで、赤信号時の停止線上の $\dot{u}_m$ は0とする。しかし、前方が赤信号であるならば、上流から走ってくる車は前もって減速する。この影響を考慮して、黄色信号時を設けて u_m を簡単なス次関数を用い時間と共に減速させる。

IV. 街路におけるデータ収集と分析

実際の街路における交通状況を把握するために、本研究では8mm撮影を利用してデータ収集を行なった。道路に x 座標を導入し、対象区間の各車の座標を0.5秒間隔で求め、それらをもとに分析区間 $10m$ ごとの各節点の交通密度、速度を求める。例えば、図-2のように CarA、CarB 2台の車を考える。CarBは Δt 秒後の CarB' である。CarAとCarB'の間の節点 $i+1, i, i-1$ における交通密度 ρ は $\rho = 1/(x_A - x_B)$ とし、速度 u は $u = (x_A - x_B)/\Delta t$ とする。これを全時間、全対象区間について行えば、実測データによる ρ 、 u を求めることができる。この ρ 、 u を流体力学モデルやペインモデルの数値解析法による ρ 、 u と比較、検討する。

IV. 街路におけるデータ収集と分析

実際の街路における交通状況を把握するために、本研究では8mm撮影を利用してデータ収集を行なった。道路に x 座標を導入し、対象区間の各車の座標を0.5秒間隔で求め、それらをもとに分析区間 $10m$ ごとの各節点の交通密度、速度を求める。例えば、図-2のように CarA、CarB 2台の車を考える。CarBは Δt 秒後の CarB' である。CarAとCarB'の間の節点 $i+1, i, i-1$ における交通密度 ρ は $\rho = 1/(x_A - x_B)$ とし、速度 u は $u = (x_A - x_B)/\Delta t$ とする。これを全時間、全対象区間について行えば、実測データによる ρ 、 u を求めることができる。この ρ 、 u を流体力学モデルやペインモデルの数値解析法による ρ 、 u と比較、検討する。

<参考文献>

- 1) Harold J. Payne, Ph.D "A CRITICAL REVIEW OF A MACROSCPIC FREEWAY MODEL"
- 2) 奥谷 巖、十松昭英、"高次モデルによる信号交差点交通流の解析" 土木学会中部支部研究発表会講演概要集 P.260 ~ P.261 (S.58)