IV―2

地域経済モデルの動的最適化

信州大学工学部　正員　奥谷　巖

1．まえがき

地域経済モデルとしては、現在までにさまざまなものが提案されている。計量経済モデルがその最も一般的なものと思われるが，その他に目的はある程度限定されるが，地域産業連関分析の手法があるし、近年になってからはフォレスターによってシステム・ダイナミックスとよばれる新しい手法が導入された。このうち、地域産業連関分析は主に産業の均衡産出量を求めるためのものであるが，一般によく行なわれるのは静的な分析で，動学モデルは存在するもののナ分に利用に供される程その形を整えていない。計量経済モデルは、一応動的な経済現象を扱いうる構造を有しているし，システム・ダイナミックスは，正にその名の示すとおり動的変化を追うために提案されたモデルであるが、外生変数である政策変数の動きに対する内生変数の変化を知るためには、シミュレーションを行う必要があったし，もとよりこのようなモデルの利用目的は将来予測が非常に多い。

しかしながら，地域経済モデルの本来の目指すところはそうした将来予測ではないはずである。つまり，将来予測はあくまでも将来に対する政策決定における一つの情報にすぎないわけで、われわれが究極的に欲しいのは、望ましい政策変数ベクトルの系列であろう。したがって、その目的のために求められる地域経済モデルの構造としては、動学的であること、内生変数と外生変数の関係が経済行動原理ならびに経験則に従って構成されていることおよびある評価規準が与えられたとき、それを最大化あるいは最小化する政策変数の、計画期間内における最適時系列が決定されるようになっていることなども挙げられる。内生変数と外生変数の間の関係について、上のように述べた理由は、たとえば線形計画法などによって最適な政策変数あるいは内生変数が決定されたとしても，そうした解の相互関係が経済行動原理に照らし合わせて齟齬を来たすものであれば、実際的な意味がなくなってしまうと考えたからである。

本稿では、以上のような観点から、最適過程を内包する動的な地域経済モデルを提案するが、これがこうした研究分野に対する一つの手掛りとなるならば幸いである。

2．内生変数と外生変数の間の関係

われわれがここで示すモデルの中には、現在までに適用実積もある地域産業連関分析モデルも組み入れ、一般化を図る。まず、以下のような記号を定義する。

(内生変数)　$x_{ij}^{rs}(t)$：t期におけるr地域i産業のS地域j産業への投入量，　$x_i^{rs}(t)$：r地域i産業産出物に対するS地域の最終需要 $^{o}x_i^{s}(t)=\sum_{r=1}^{l}x_i^{rs}(t)$，　$x_i^{r}(t)$：r地域i産業の総生産額，$m_{ij}^{s}(t)$：S地域j産業が中間需要として輸入した財の額，　$F_i^{s}(t)$：S地域が最終需要として購入したi財の額，　$I_{ij}^{rs}(t)$：S地域j産業が投資のためにr地域i産業から購入した額，　$I_j^{s}(t)$：S地域j産業の投資額，　$C^{s}(t)$：S地域の消費支出，　$P^{s}(t)$：地域Sの生産所得，　$R^{s}(t)$：地域Sの歳入，　$R(t)$：中央政府の歳入，　$H^{s}(t)$：地域Sの個人住宅投資額，　$g^{s}(t)$：地域Sの個人所得

(外生変数)　$I^{s}(t)$：地域Sに対する中央政府の投資，　$G^{s}(t)$：地域Sに対する中央政府の消費支出，

$O(t)$：公定歩合，　$T_i^s(t)$：S地域のi財の輸出額，

さて、まず産業連関関係について次のような地域間交易係数を定義する式が成立する。

$$t_i^{rs}(t)=\frac{\sum_{j=1}^{k}x_{ij}^{rs}(t)+\sum_{j=1}^{k}I_{ij}^{rs}(t)+x_i^{rs}(t)}{\sum_{r=1}^{\ell}\left(\sum_{j=1}^{k}x_{ij}^{rs}(t)+\sum_{j=1}^{k}I_{ij}^{rs}(t)+x_i^{rs}(t)\right)+\sum_{r=1}^{\ell}\sum_{j=1}^{k}I_{ij}^{rs}(t)+\sum_{j=1}^{k}m_{ij}^{s}(t)+F_i^s(t)} \qquad (1)$$

また，$a_{ij}^s(t)=\sum_{r=1}^{\ell}x_{ij}^{rs}(t)/x_j^s(t)$（投入係数）(2)，$k_{ij}^s=\sum_{r=1}^{\ell}I_{ij}^{rs}(t)/I_j^s(t)$（投資投入係数）(3)，$u_{ij}^s(t)=m_{ij}^s(t)/x_j^s(t)$（輸入係数）(4)　を定義する。式(1)右辺の分母を両辺にかけ，式(2)～(4)の定義を利用しながら、得られた式をSについてたし合わせると

$$\sum_{j=1}^{k}\sum_{s=1}^{\ell}\left(a_{ij}^s(t)+u_{ij}^s(t)\right)t_i^{rs}(t)x_j^s(t)+\sum_{j=1}^{k}\sum_{s=1}^{\ell}k_{ij}^s(t)t_i^{rs}(t)I_j^s(t)+\sum_{s=1}^{\ell}t_i^{rs}(t)\left({}^c x_i^s(t)+F_i^s(t)\right)=x_i^r(t) \qquad (5)$$

その他の関係については、計量経済的なモデルを考えるものとし、以下のような式を与える。

$$I_j^s(t)=\sum_{m=0}^{M}\alpha_{11}^s(m)P^s(t-m)+\sum_{m=0}^{M}\alpha_{12}^s(m)I^s(t-m)+\alpha_{13}^sO(t)+\alpha_{10}^s \qquad (6)$$

$${}^c x_i^s(t)=\sum_{m=1}^{M}\alpha_{21}^s(m)\,{}^c x_i^s(t-m)+\alpha_{22}^sP^s(t)+\alpha_{20}^s \quad (7),\qquad F_i^s(t)=\alpha_{31}^s\left(C^s(t)+H^s(t)+I^s(t)+G^s(t)+T_i^s(t)\right)+\alpha_{30}^s \quad (8)$$

$$C^s(t)=\alpha_{41}^s\,g^s(t)+\alpha_{40}^s \quad (9),\qquad g^s(t)=\sum_{m=1}^{M}\alpha_{51}^s(m)g^s(t-m)+\alpha_{52}^sP^s(t)-\alpha_{50}^s \quad (10)$$

$$P^s(t)=\alpha_{61}^s\left(\sum_{i=1}^{k}F_i^s(t)\right)+\alpha_{62}^s\left(\sum_{j=1}^{k}I_j^s(t)\right)+\alpha_{60}^s \quad (11),\qquad R(t)=\alpha_{71}C(t-1)+\alpha_{72}R(t-1)+\alpha_{70}^s \quad (12)$$

$$H^s(t)=\alpha_{81}^sI^s(t)+\alpha_{82}^sC^s(t)+\alpha_{80}^s \quad (13),\qquad \text{ただし，}C(t)=\sum_{s=1}^{\ell}C^s(t)\quad ,O(t) \quad (14)$$

いまt期における内生変数を適当に並べたベクトルを$X(t)$，外生変数のうち輸出額$T_i^s(t)$を除く変数から成るベクトルを$Y(t)$，$T_i^s(t)$，$O(t)$と定数から成るベクトルを$V(t)$としたとき、式(5)～式(14)は結局

$$X(t)=A_1(t)X(t)+\sum_{m=1}^{M}A_2(m)X(t-m)+\sum_{m=0}^{M}B_1(m)Y(t-m)+C_1(t)V(t)+\varepsilon(t) \qquad (15)$$

となる。ここに、$\varepsilon(t)$は誤差項である。式(15)より

$$X(t)=\sum_{m=1}^{M}A(m)X(t-m)+\sum_{m=0}^{M}B(m)Y(t-m)+U(t) \qquad (16)$$

ここに，$A(m)=[I-A_1(t)]^{-1}A_2(m)$　(17)，　$B(m)=[I-A_1(t)]^{-1}B_1(m)$　(18)，　$U(t)=[I-A_1(t)]^{-1}C_1(t)V(t)+\varepsilon(t)$ (19)

3、最適政策ベクトルの決定

いま，$Z_k(t)=\sum_{i=1}^{M-k}A(k+i)X(t-i)+\sum_{i=0}^{M-k}B(k+i)Y(t-i)$　(20)　とおくと，

$$Z_k(t)=Z_{k+1}(t-1)+A(k+1)X(t-1)+B(k+1)Y(t-1) \quad (21),\qquad Z_{M-1}(t)=A(M)X(t-1)+B(M)Y(t-1) \quad (22)$$

ここで，$Z_0(t)=X(t)$　(23)　とすると，式(16)，(21)，(22)はそれぞれ

$$Z_0(t)=Z_1(t-1)+A(1)Z_0(t-1)+B(1)Y(t-1)+U(t) \quad (24),\qquad Z_k(t)=Z_{k+1}(t-1)+A(k+1)Z_0(t-1)+B(k+1)Y(t-1) \quad (25)$$

$$Z_{M-1}(t)=A(M)Z_0(t-1)+B(M)Y(t-1) \quad (26),$$

式(24)～(26)をまとめて書くと　$Z_t=\Phi Z_{t-1}+\Gamma Y_{t-1}+U_t$　(27)　ここに，$Z_t=(Z_0(t),Z_1(t),\cdots,Z_{M-1}(t))^T$ (28)

$Y_t=Y(t)$　(29)，　$U_t=(U(t),0,0\cdots,0)^T$　(30)，　また，Φ，Γは対応する行列である。

いま，目的関数J_Tを　$J_T=\sum_{t=1}^{T}\sum_{s=1}^{\ell}g^s(t)$　(31)　とすると　$J_T=\sum_{t=1}^{T}\psi(t)Z_t$　(32)　のようになる。t期の中央政府の歳入の$\alpha(t)$なる割合を政府投資と政府消費支出に振り向けるものとすると，最適な政策ベクトル$\overset{*}{Y}(t)$は　$\overset{*}{Y}(t)=\alpha(t)R(t)\overset{*}{\eta}(t)$　(33)　で与えられる。ここに，$\overset{*}{\eta}(t)$は

$\tilde{\theta}(t)\eta(t)\longrightarrow max$ (34)，Subject to　$0\leqq\sum_{s=1}^{\ell}\eta_s(t)+\sum_{s=1}^{\ell}\eta_{\ell+s}(t)\leqq 1$　(35)，　$\eta_{min}(t)\leqq\eta(t)\leqq\eta_{max}(t)$　(36)

なる線形計画問題の解である。ここに，$\tilde{\theta}(t)=\tilde{\psi}(t)\Gamma$　(37)，　$\tilde{\psi}(t)=\tilde{\psi}(t+1)\Gamma\overset{*}{\eta}(t+1)\Lambda(t)\Omega+\tilde{\psi}(t+1)\Phi+\psi(t)$ $(t=1,2,\cdots,T-1)$　(38)，　$\tilde{\psi}(T)=\psi(T)$　(39)，　$\Lambda(t)=(0,0,\cdots,0,\alpha(t),0,\cdots,0)$　(40)　$\Omega=(\alpha_{71},\cdots,\alpha_{71},\alpha_{72},0\cdots,0)$　(41)

〔参考文献〕吉川：土木計画とOR，　奥谷・林：最適過程を含むシステム・ダイナミックスモデルによる土地利用計画，