

内部変数と記憶効果を持つ弾塑性構成式

岐阜大学工学部 正員 四三生
 岐阜大学大学院 学生員○門部 徳男
 岐阜大学工学部 山田 喜美雄

1 席

一般に、ひずみ硬化・軟化挙動は材料の塑性変形過程で観測される。ピーク後の土や軟岩の応力-ひずみ曲線は、ひずみ軟化を表わしている。ひずみ軟化の間、応力はピークに達した後減少し、ひずみの増加を伴って残留応力状態に達する。

近年、材料のひずみ軟化挙動が、微小な、あるいは漸進的なひずみに關係していることが明らかにされてきたり、ひずみ軟化を表現するための機構モデルがいくつか提案されている。Green & Naghdi¹⁾は、内部状態理論を用いて弾塑性論を開拓した。Pipkin & Rivlin²⁾は、汎関数と応力経路を基にして時間依存のない材料の構成理論を提案している。Valanis³⁾は Pipkin & Rivlin の汎関数論を拡張し、独自に一般的な内部時間尺度を用いて "Endochronic 理論" を確立している。彼は各々全ひずみと非弾性ひずみ増分で定義される 2 つの内部尺度を提唱した。一方、内部変数と変形履歴の両方を用いる方法が、Wang⁴⁾により、応用が Perzyna⁵⁾により示されているが、具体的な構成式の提案には至っていない。周は一般化単純体の考え方に基づく内部変数と記憶を持つ弾粘塑性論を開拓している。

本報告では、記憶を持つ弾塑性論の枠内で、ひずみ硬化・軟化を持つ材料の簡単な構成式の表現を試みている。基本的には "Endochronic 理論" に導入された内部時間尺度と一般化単純体の概念を基にして、ひずみ硬化だけでなく、ひずみ軟化も記述できる、別のタイプの記憶を持つ非時間依存性弾塑性論を開拓している。

2 記憶効果を持つ弾塑性論⁶⁾

Valanis⁷⁾は、次のような内部測度を提案した。

$$dz^2 = P_{ijkl} d\epsilon_{ij} d\epsilon_{kl} \quad (1) \qquad dz^2 = P_{ijkl} d\epsilon_{ij}^p d\epsilon_{kl}^p \quad (2)$$

ここで、 $d\epsilon_{ij}$ は微小ひずみ増分テンソル、 $d\epsilon_{ij}^p$ は微小塑性ひずみ増分テンソルである。⁽¹⁾ 式における $P_{ijkl} = \delta_{ij}\delta_{kl}$ のとき、Pipkin & Rivlin の場合と一致する。⁽²⁾ 式は⁽¹⁾ 式を一般化した場合である。

時間依存のない材料の熱力学過程は、応力履歴と内部変数により記述されると仮定する。応力の全履歴は次に示すように、現在の応力と、応力の全履歴により表現される。

$$S^* = \hat{S}^*(S_r^t(z-s), s \in (0, z]) \quad (3) \qquad \text{たゞし、 } dz^2 = d\epsilon_{ij} d\epsilon_{ij}$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} S^* = S(z) \quad (4)$$

S^* はひずみ履歴（経路）に関する遅れ応力パラメータと考えられ、変形の進行とともに S の現在の値に一致してくる。また、応力は時間依存のない変数であり、熱力学の第2法則としては、プランクの不等式とフーリエの不等式を満足すると仮定している。内部時間を実時間の代わりに用いて⁽¹⁾ ため、Clausius-Duhem の不等式を用いることができない。

塑性ひずみ増分テンソルは、非関連流動則を仮定することにより、次式より求められる。

$$dE^P = \lambda \frac{\partial f_p}{\partial s} df_y \quad (5)$$

ここで、 f_y は降伏関数、 f_p は塑性ポテンシャル、 λ は硬化則より求められる硬化パラメータである。

$$f_y(s, s^*, E^P, \lambda) = 0 \quad (6)$$

$$f_p(s, E^P, \lambda) = 0 \quad (7)$$

$$\lambda = \text{const.} \quad (8)$$

λ : 単位質量あたりの自由エネルギー

3 記憶効果を持つ弾塑性構成式

上記の弾塑性論を、すぐに關らによつて提案されてゐる、砂および過圧密粘土の弾塑性構成式に適用し、ひずみ硬化-軟化特性を説明しようとした構成式を説導した。

塑性ひずみ増分テンソル dE_{ij}^P は次のようになる

$$dE_{ij}^P = \lambda \frac{\partial f_p}{\partial s} \left(\frac{\partial f_y}{\partial \sigma_{kl}} \cdot \frac{\partial \sigma_{kl}^*}{\partial \varepsilon_{ij}} \right) d\varepsilon_{ij} \quad (9)$$

ここで、 σ_{kl}^* は次式のような取扱いとえられる。応力パラメータである。

$$\sigma_{kl}^* = \frac{1}{C} \int_0^z (\sigma'_{kl} - \sigma'_{kl(0)}) e^{-(z-z')/C} dz + \sigma'_{kl(0)} \quad (10)$$

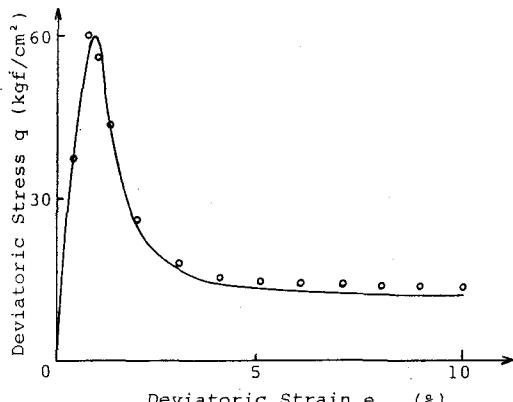
また、 dz は内部測度であり、偏差ひずみ増分テンソルを用いて、 $dz = (d\varepsilon_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij})^{1/2}$ で表わされる。

是立らによる軟岩の三軸試験に対する解析例を、図1、図2に示す。図1は応力-ひずみ曲線を表わしていゝが、ひずみ硬化-軟化特性を示しており、かなり再現性が高いことがわかる。一方、図2は体積ひずみ-軸ひずみ曲線を表わしていゝ。初期のダイレターンはよく説明できるが、ひずみの進行に伴い、体積ひずみがかなり小さくなつており、今後、体積ひずみの説明が課題となる。

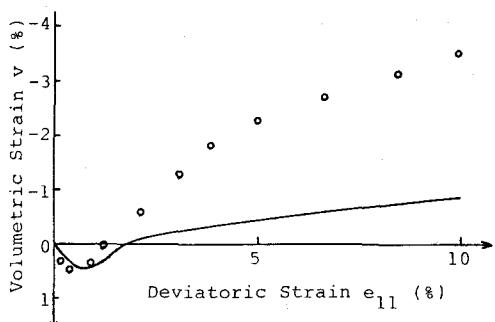
4 謝 辞 日本鉱業指掌の立役者による本学宇野尚雄教授、貴重な軟岩の実験データを提供して下さり、京都大学足立紀尚教授に感謝いたします。

参考文献

- 1) Green & Naghdi, Arch. Rational Mech. Anal. 18, 251 (1965) 2) Pipkin & Rivlin, ZAMP, 16, 313 (1965)
- 3) K.C. Valanis, Archives of Mech., 23, 517 (1971) 4) G.C. Wang, Arch. Rational Mech. Anal., 32, 1 (1969)
- 5) P. Perzyna, Advances in Appl. Mech., Vol. 12, P313 (1971) 6) F.Oka, Civil Engng. Tech. Report, No. 83-GT-01-2, Dept. Civil Engng. Gifu Univ. (1983) 7) 関二三生, 第18回土質工学研究発表会, 153, pp. 387-390 (1983) 8) F.Oka & H.Washizu, Proc. Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earthquake Engng. & Soil Dynamics, 1, 71 (1981) 9) 足立・林, 土木学会論文報告集, 305, 97, (1981)



[Fig.1]



[Fig.2]