

微視的圧縮・せん断機構に基づいた粒状体の応力ひずみ関係

名古屋工業大学
大学院

正員 松岡 元
学生員 ○ 藤井 俊逸

粒状体に任意の応力 τ が作用したときの粒子構造の変化を、潜在すべり面上の粒子接点角分布とその粒子接点の滑動方向を考慮することによって表現し、圧縮・せん断両現象を統一的に評価した任意応力経路下の粒状体の応力・ひずみ関係式を導びいた。

1. 潜在すべり面上の応力比・ひずみ増分比関係

まず、潜在すべり面上の粒子接点角 θ の度数分布 $N(\theta)$ を、図-1に示すように頂点の θ が θ_p なる三角形と近似する。¹⁾²⁾ 潜在すべり面上でせん断応力 τ のみが増加すると、粒子は平均的に τ の作用方向に滑動(回転も含む)すると考えられるが、 τ と垂直応力 σ_N が同時に増加する場合には、図-1に示すように θ が正で大きい領域では τ の作用方向と逆の方向に滑動すると考えるのが自然である(実験データあり)。この滑動方向が逆になる境界の θ を θ_b とする(図-1参照)。

次に、実験データより想定した種々の応力経路下の θ_p と θ_b の関係、粒子の滑動方向の概念図を図-2に示す。破壊時には $\theta_b = \pi/2$ 、すなわちせん断時($\alpha = 90^\circ$)と同じように全ての粒子がせん断方向に滑動するものとし、図-2を参考にして、 θ_b と応力経路の σ_N 軸方向からの角度 α の関係を次のように仮定した。

$$\theta_b = \alpha + (90^\circ - \alpha) \cdot (\theta_p / \theta_{pf}) \quad (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ) \quad (1)$$

ここに、 θ_{pf} は破壊時の θ_p である。

さて、図-1に示すような粒子構造状態におけるせん断・垂直応力比 τ/σ_N 、せん断ひずみ増分 $d\gamma$ 、垂直ひずみ増分 $d\epsilon_N$ は、次のように式示される。¹⁾

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \frac{\int_{-\theta_p}^{\theta_p} N(\theta) \sin(\theta + \phi_\mu) d\theta + \int_{\theta_b}^{\pi/2} N(\theta) \sin(\theta - \phi_\mu) d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} N(\theta) \cos(\theta + \phi_\mu) d\theta + \int_{\theta_b}^{\pi/2} N(\theta) \cos(\theta - \phi_\mu) d\theta} \quad (2)$$

$$d\gamma = \frac{\bar{d} \cdot \Delta\theta}{(\pi h/2) \cdot D} \left[\int_{-\theta_p}^{\theta_p} N(\theta) \cos\theta d\theta - \int_{\theta_b}^{\pi/2} N(\theta) \cos\theta d\theta \right] \quad (3)$$

$$d\epsilon_N = \frac{\bar{d} \cdot \Delta\theta}{(\pi h/2) \cdot D} \left[\int_{-\theta_p}^{\theta_p} N(\theta) \sin\theta d\theta - \int_{\theta_b}^{\pi/2} N(\theta) \sin\theta d\theta \right] \quad (4)$$

ここに、 ϕ_μ は粒子間摩擦角の平均値、 $\bar{d}$ は平均粒子間距離、 $\Delta\theta$

は θ の変化量、 $(\pi h/2)$ は粒子接点角総数、 D はせん断領域一層の厚さの平均値を意味する。

上式より算定した種々の応力経路下の $\tau/\sigma_N \sim d\epsilon_N/d\gamma$ 関係を図-3に示す。なお、図中の点線は異方圧密($\tau/\sigma_N = \tan \alpha$ なる経路)における関係を示している。

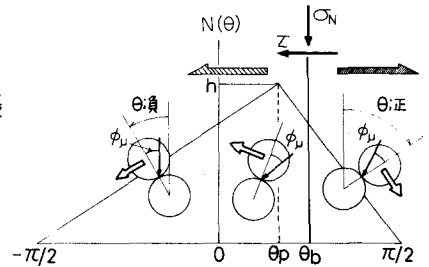


図-1 せん断応力 τ と垂直応力 σ_N が同時に増加する場合の粒子接点角分布と粒子の滑動方向

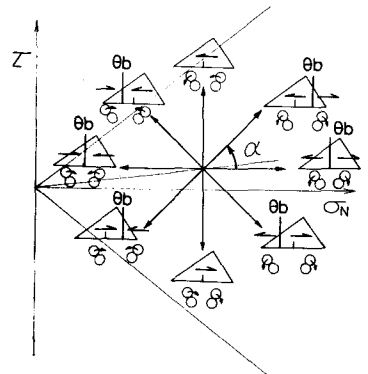


図-2 種々の応力経路下の境界粒子接点角 θ_b と粒子の滑動方向

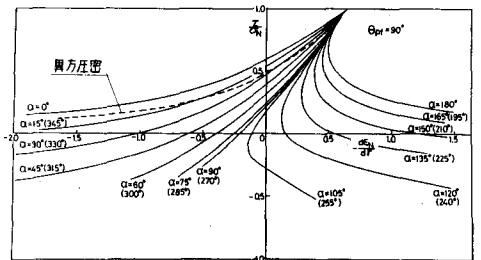


図-3 種々の応力経路(α -定と異方圧密)下の応力比 τ/σ_N ・ひずみ増分比 $d\epsilon_N/d\gamma$ 関係の計算値

2. 圧縮・せん断両現象を統一的に評価した応力-ひずみ関係

式(3), (4)より $d\bar{\sigma}$, $d\bar{\epsilon}_N$ の絶対値を求めるためには, $|\Delta\theta|$ の関係が必要となる。そこで, θ の総変化量 $\Delta(\bar{\theta}-\pi)$ ($\bar{\theta}$: θ の平均値($=\theta_p$)), π : 粒子接点角総数($=\pi/2$) が, 粒子接点角の発生, 消滅および定常(接点に静止する状態)の挙動の結果生じるものとして次式を立てた。

$$\begin{aligned} \Delta(\bar{\theta}-\pi) &= \Delta\bar{\theta}-\pi + \bar{\theta}-\Delta\pi = (\pi/6) \cdot \{ \Delta\theta_p + \theta_p \cdot (\Delta h/h) \} \\ &= \int_{-\pi/2}^0 N_g(\theta) \cdot (-\theta) d\theta + \int_{\theta_p}^{\pi/2} N_g(\theta) \cdot (\theta-\theta_p) d\theta - \int_{-\pi/2}^0 N_d(\theta) \cdot \theta d\theta - \int_{\theta_p}^{\pi/2} N_b(\theta) \cdot (\theta-\theta_p) d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

上式の右辺の1項, 2項, 3項はそれぞれ図-4の(A), (C), (D)領域に対応して粒子接点角の発生, 消滅による θ の変化量を表わしている。そして, 発生接点角分布 $N_g(\theta)$ と1点支持接点角分布 $N_1(\theta)$ (A, C領域) の関係, 消滅接点角分布 $N_d(\theta)$ と2点支持接点角分布 $N_b(\theta)$ (D領域) の関係を実験データに基づいて次式のように表わした。¹⁾

$N_g(\theta) = a_g \cdot \exp(-b \cdot \bar{\theta}) \cdot |\Delta\theta| \cdot N_1(\theta)$, $N_d(\theta) = a_d \cdot \exp(-b \cdot \bar{\theta}) \cdot |\Delta\theta| \cdot N_b(\theta)$ (6)
ここで, a_g , a_d , b は発生・消滅の程度を表わすパラメータである。なお, $N_1(\theta)$, $N_b(\theta)$ は k を1点支持接点と2点支持接点の比率(図-4参照)として次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} N_1(\theta) &= h \cdot (\theta + \pi/2) \cdot \{ 1/(\theta_p + \pi/2) - 2k/\pi \} & (\text{A領域}) \\ N_1(\theta) &= h \cdot (\theta - \pi/2) \cdot \{ 1/(\theta_p - \pi/2) + 2k/\pi \} & (\text{C領域}) \\ N_b(\theta) &= (8 \cdot k \cdot h / \pi^2) \cdot (1 - \theta_b/\pi) \cdot (\theta + \pi/2) & (\text{D領域}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

さらに実験データに基づいて次の関係式を仮定する。

$$\Delta h/h = C_N \cdot (\Delta\sigma_N/\sigma_N) \quad (8)$$

式(5), (6), (7), (8)より, $|\Delta\theta|$ が θ_p , $\Delta\theta_p$, θ_b , $\Delta\sigma_N/\sigma_N$ で表わされるので, 式(1)を考慮すれば式(2), (3), (4)より任意応力経路下の応力-ひずみ関係を算定することができる。図-5は α -定径路の応力-ひずみ関係, 図-6は主応力比 R -定径路の体積ひずみ ϵ_v -平均主応力 σ_m 関係の計算値を示している。これらの図は, 種々の応力経路(α -定)および異方圧密経路下の砂の実験値の傾向を統一的によく説明している。

計算に用いたパラメータは, ヤヤ密詰めめの豊前砂に対するもので, $a_g = 300$, $a_d = 600$, $b = 7$, $\tan\phi_u = 0.21$, $\theta_p = \pi/2$ とし, 他のパラメータ C_N , k は $C_c/(1+e_0) = 0.928\%$ や係数間の関係から決定した。

謝辞 御援助をいただいている本学山内利彦教授, 中井照夫助教授, 竹田一夫助手に謝意を表します。

文献 1) 松岡・外賀(1983): S&F, VOL23, NO.2 pp83~97.

2) 松岡・竹田・藤井(1983): 第38回土木学会年次講演会 III-14, pp27~28.

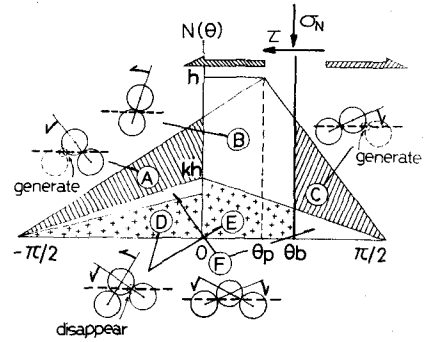


図-4 粒子接点角分布中の1点支持・2点支持接点角分布と粒子接点の発生・消滅機構

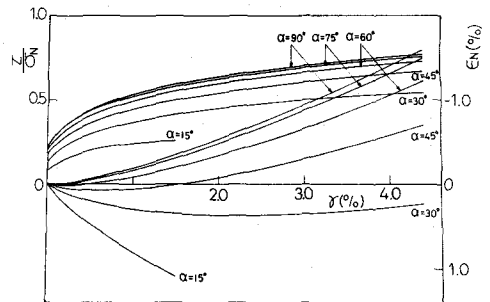


図-5 α -定径路下のせん断・垂直応力比 $\sigma_N/\sigma_N0 \sim$ せん断ひずみ $\gamma \sim$ 垂直ひずみ ϵ_N の計算値

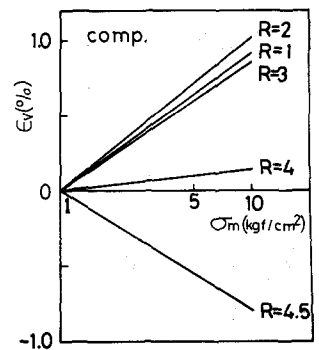


図-6 異方圧密経路(主応力比 R -定)下の体積ひずみ $\epsilon_v \sim$ 平均主応力 σ_m 関係の計算値