

細粒径粒子を高濃度を含む流れの流動機構(2)

名城大学理工学部 新井宗之

1.はじめに：水に多量の粒子を含む流れの流動機構については、粒子径が非常に小さく粘土粒子程度の粒子を高濃度を含む流れの場合と粒子径が比較的大きな流れとを分けて従来考えている。すなわち前者は粒子どうしの吸引力を考慮したビンガム流体モデルであり、また後者は粒子どうしの衝突の効果を考えたダイラタント流体モデルである。しかしながらこの境界となる粒径がいくらであるのかは必ずしも明らかでない。著者は $d=0.017\text{ cm}$ まで高濃度であるならば粒子どうしの衝突の効果が大きいことを明らかにした。また単に粒径の大きさによって流動機構が変わるというだけではなく濃度によっても流動機構が変化することを明らかにしてきた。また、水深粒径比 h/d によっても流動機構に変化が生じると思われる。そこで粒子どうしの衝突の効果と粒子と流体のある大きさの塊の移動による乱れの効果を考慮したモデルを示した。著者は滑面河床の流動を述べたが、ここでは粗度を持った水路床における流れ、及び粒径が 0.1 mm 以下の場合について述べる。

2.流動機構：水に高濃度の粒子を含む流れにおいては、粒子どうしの衝突による効果と粒子と流体のある大きさの塊が移動する乱れの効果が考えられる。平均的にみれば粒子が均一に分布していると仮定すると、せん断力を

$$\tau = r_m l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 + a_i \sin \alpha \cdot \rho (\lambda d)^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad \dots (1)$$

と表わすことができよう。ここに、 ρ ：水及び粒子の密度、 C ：粒子の体積濃度、 $\lambda = \left\{ \left(\frac{C}{C_c} \right)^{1/3} - 1 \right\}^{-1}$ ：線濃度、 $r_m = \rho + (\rho - \rho_p)C$ ：流れの断面平均密度、 l ：混合距離、 α ：粒子の衝突角、 a_i ：定数。

粒子間の流体の乱れによる効果も考えられるが、ここでは式(1)の右辺第二項は流体と粒子が垂直方向に移動することによる乱れの効果を表わしており、第一項は粒子どうしの衝突による効果も表わしている。また、水路床より h の高さにおけるせん断力は

$$\tau = g r_m \sin \theta (h - y) \quad \dots (2)$$

である。ここに、 h ：水深、 θ ：水路勾配。ここで、式(1)と式(2)がつり合っているとし、流体の混合距離を $l = Ky$ と仮定して、 $1 \gg g/h$ の近似領域について、 $y = y_0$ で $u = 0$ の境界条件で解く。そしてこの解はまた粒子の体積濃度が $C \rightarrow 0$ すなわち $\lambda \rightarrow 0$ となった場合には水だけの理論に適合しなければならぬ。したがって得られる流速分布は、

滑面の場合

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{K} \ln \frac{\frac{y}{h} + \sqrt{\left(\frac{y}{h}\right)^2 + \lambda^2 \left(\frac{a_i \sin \alpha}{K}\right) \left(\frac{\rho}{r_m}\right) \left(\frac{d}{h}\right)^2}}{\frac{a}{R_*} + \sqrt{\left(\frac{a}{R_*}\right)^2 + \lambda^2 \left(\frac{a_i \sin \alpha}{K}\right) \left(\frac{\rho}{r_m}\right) \left(\frac{d}{h}\right)^2}}, \text{ ただし } R_* = \frac{h u_*}{\nu}, a = \frac{1}{9.025} \quad \dots (3)$$

粗面の場合

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{K} \ln \frac{\frac{y}{h} + \sqrt{\left(\frac{y}{h}\right)^2 + \lambda^2 \left(\frac{a_i \sin \alpha}{K}\right) \left(\frac{\rho}{r_m}\right) \left(\frac{d}{h}\right)^2}}{\frac{b h}{h} + \sqrt{\left(\frac{b h}{h}\right)^2 + \lambda^2 \left(\frac{a_i \sin \alpha}{K}\right) \left(\frac{\rho}{r_m}\right) \left(\frac{d}{h}\right)^2}}, \text{ ただし } h = h_s, b = \frac{1}{30} \quad \dots (4)$$

である。さらに式(3),(4)を平均流速 $U = \frac{1}{h} \int_{y_0}^h u dy$ で表わせば次のようである。

滑面の場合

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{K} \left(1 - \frac{1}{a R_*} \right) \left\{ \operatorname{arcsinh} \left(1 - \frac{1}{a R_*} \right) \frac{1}{\phi} - \sqrt{\left(\frac{\phi}{1 - \frac{1}{a R_*}} \right)^2 + 1} + \ln \frac{\phi}{\frac{a}{R_*} + \sqrt{\left(\frac{a}{R_*} \right)^2 + \phi^2}} \right\}$$

ただし、 $R_* = \frac{h u_*}{\nu}$, $u_* = \sqrt{2 h a_i \sin \theta}$... (5)

粗面の場合

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{K} \left(1 - \frac{b\kappa}{h} \right) \left\{ \operatorname{arcsinh} \left(1 - \frac{b\kappa}{h} \right) \frac{1}{\phi} - \sqrt{\left(\frac{\phi}{1-b\kappa} \right)^2 + 1} + \ln \frac{\phi}{\frac{b\kappa}{h} + \sqrt{\left(\frac{b\kappa}{h} \right)^2 + \phi^2}} \right\}$$

ただし, $b = \frac{1}{30}$, $\kappa = \kappa_s$, $\phi^2 = \lambda^2 \left(\frac{\sin \alpha}{K} \right) \left(\frac{\rho}{\rho_m} \right) \left(\frac{d}{h} \right)^2$... (6)

3. 実験条件及び方法: 使用した実験砂は粒径が $d_{50} = 0.21 \sim 0.091 \text{ mm}$, 密度は $\rho = 2.62 \sim 2.67 \text{ g/cm}^3$ である。土砂の体積濃度は $C = 0.12 \sim 0.42$, 水路勾配は $\theta = 10^\circ \sim 20^\circ$ である。また河床の状態はペンキ塗布の滑面状態の他に実験砂と同じ粒子を河床に付けた粗面の実験も行った。実験水路は長さ 12 m , 幅 $12.5 \sim 15.0 \text{ cm}$, 深さ $20 \sim 25 \text{ cm}$ の急勾配可変水路である。実験方法は水路の上流側約 6 m に実験砂を厚さ $10 \sim 20 \text{ cm}$ に敷き土砂を湿润状態にしてから上流端より給水し流下させた。流速分布は下流端から $1 \sim 2 \text{ m}$ 上流側で測定した。濃度のコントロールは水路中央部より清水を給水することによって行なわれた。

4. 考察: 水に粒子を高濃度に含む流れの流動機構の変化については, 粒子径や濃度はかりでなく水深粒径比 h/d によっても変化すると考えられる。従来粒子を高濃度に含む場合, 粒子どうしの衝突による効果を考えたいラタント流体モデルが実験的にも多くの事柄を説明し得ることが明らかにされている。しかし, これは粒子径が大きき, 高濃度で水深粒径比 h/d が小さいときに適用できるようなのである。図-1は河床が滑らかな条件における実験結果と理論値である。流れの体積濃度は $C = 0.26$ であり, 粒径は $d_{50} = 0.094 \text{ mm}$ である。図中にはたいラタント流体モデルによる次式の流速分布を示したが, 実験

$$U/u_* = 2/3 (h/d) \left\{ \frac{1}{K} \sin \alpha \cdot [C + (1-C) \rho/\rho_m] \right\}^{1/2} \cdot (1/\lambda) [1 - (1 - y/h)^{1/2}] \quad \dots (7)$$

値よりも大きな値となっている。これは粒径が小さいということばかりでなく乱れによる効果も大きいと思われる。粒子の衝突の効果と乱れの影響を考慮して得られた式(3)と比較的良好一致を示している。カルマン定数 K は理論的に求まるまでには至っていないが, 一般に浮遊砂で用いられている乱流構造が粒子を浮遊させる仕事の他に乱れエネルギーの効果も考慮した次式が実験結果と比較的に近い値を示している。図-2は流体中の粒子と同じ粒子を河床に付けて行った実験結果と理論値である。

$$K/K_0 = \frac{(1+\alpha'C)}{2} [1 + \{1 + 4BK_0(1+\alpha'C)S_1\}^{1/2}], \quad S_1 = \frac{g(r-1)u_*}{u_*^3 \ln h/\delta} \frac{(h-\delta)}{[1 + (r-1)C]} \quad \dots (8)$$

図-2の実験砂の粒径は $d_{50} = 0.017 \text{ cm}$ で, 体積濃度は $C = 0.19$ である。この実験結果もたいラタント流体モデルによる値と大きく異なっているが, これも粒子どうしの衝突以外に乱れによる効果が大きいと思われる。同じ粒径で体積濃度が $C = 0.33$ で水深粒径比 h/d が約30の場合比較的たいラタント流体モデルとよい一致を示した。この図-2での水深粒径比 h/d は44である。

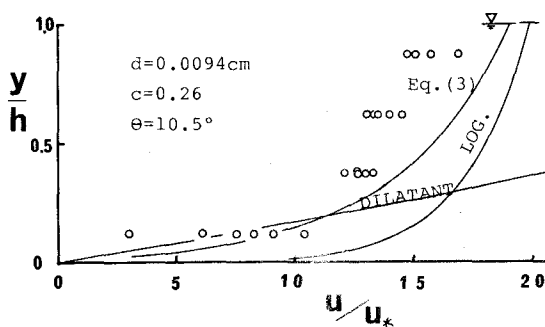


図-1

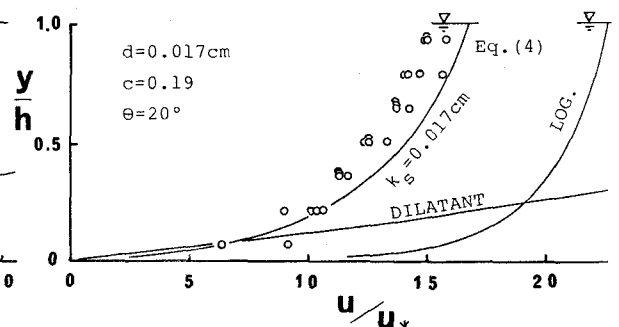


図-2