II—37

開水路の三次元流れの数値解析法

信州大学工学部　正員　冨所　五郎
信州大学大学院　学生員　吉田　宏司
信州大学工学部　学生員○小島　宏一

1．はじめに・・・　開水路における流れの三次元性は、合流部やわん曲流等において、顕著に現われており、その影響は無視できないが、今まで三次元解析は計算機の容量不足や計算時間の点で問題があり、あまり行なわれていない。本研究はこの問題点を解決するための手法として、鉛直方向の形状関数に余弦関数を用いた三次元ＦＥＭを提案するものであり、わん曲流への適用例を示すものである。

2．基礎方程式・・・　開水路における三次元流れの基礎方程式は静水圧分布を仮定すると、

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=g\cdot I_x-g\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(A_H\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(A_H\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(A_V\frac{\partial u}{\partial z}\right)\quad\text{-------(1)}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=g\cdot I_y-g\frac{\partial \zeta}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(A_H\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(A_H\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(A_V\frac{\partial v}{\partial z}\right)\quad\text{-------(2)}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0\quad\text{-----(3)}$$

となる。ここに、x軸はx軸方向の平均勾配I_xと平行、y軸はy軸方向の平均勾配I_yに平行、z軸はxy平面に垂直で、u, v, wはそれぞれ、x, y, z方向の流速、tは時間、gは重力加速度、ρは水の密度、ζは水面から基準面までの水深の変動量、A_H、A_Vはそれぞれ、水平・鉛直渦動粘性係数である。

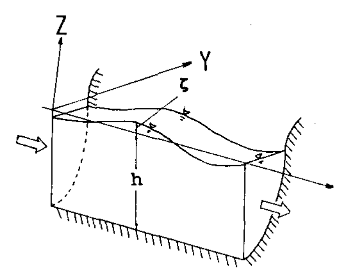

図 1　開水路の流れ

3．数値計算法・・　式(1)，(2)に式(3)より求めたwを代入した式と、式(3)を０～水面まで積分した式の離散化において、空間変数に対してはガレルキンＦＥＭ、時間変数に対してはルンゲクッタ法を用い、定常問題を非定常解析の収束値として解析を行った。また、形状関数として、水平方向の区分多項式N_iと鉛直方向の余弦関数との積を用いた。すなわち、総和規約を用いて

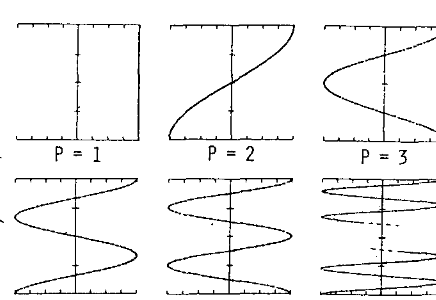

図 2　鉛直方向の形状関数

$$u=N_i\cos(B_p\cdot(z-\zeta))\cdot u_{pi}\qquad v=N_i\cos(B_p\cdot(z-\zeta))\cdot v_{pi}\qquad \zeta=N_i\cdot\zeta_i$$

$$B_p=(p-1)\cdot\pi/(h+\zeta)\qquad(i=i,\ j,\ k\ ;\ p=1,\ 2,\ \cdots m)$$

となる。ここに、iは三角形一次要素の頂点、hは基準面から底面までの水深、mは鉛直方向の形状関数の展開項数である。(図2参照）また、壁面でのスリップ速度を認め、質量行列の集中化を用いて

計算を行った。しかし、得られた解には場所的な数値振動が現われ、境界値の変更[1]と新フィルターを作用した。新フィルターとは第k節点の変数値をV_kとし、新フィルター作用後の値に′を付けると、$V_k' = \frac{1}{2}(V_k + \overline{V_k})$ となる。ここに$\overline{V_k}$は第k節点を共有する要素の第k節点値を除く他の節点の節点値の平均である。

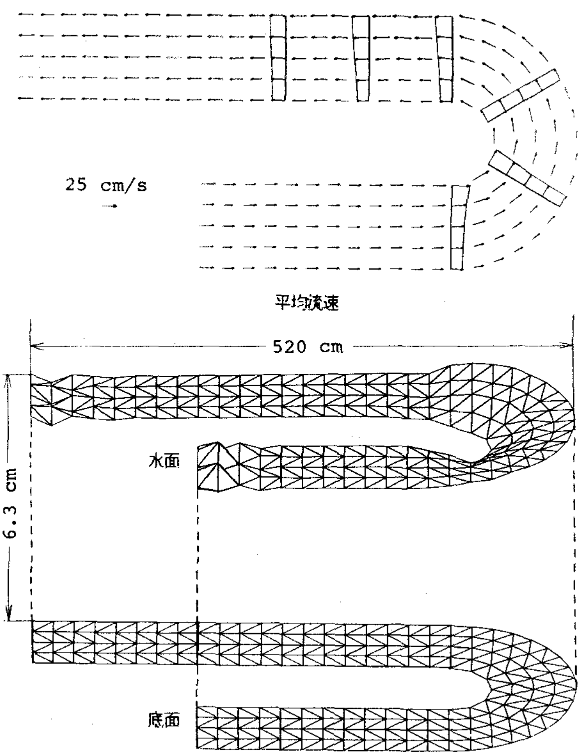

図 3　湾曲流の平均流速と30度上方より見た水面

4. 数値計算例

・・中心半径80 cm、幅80 cmの湾曲水路に流量12.3 l/sを流した。境界条件は、下流端で水深6.3 cm、流速$25+2.5\cos(\pi z/6.3)$ (cm/s)、とし、上流端で流量一定とした。また、粗度0.0136、時間きざみ幅0.1秒 勾配$\frac{1}{2000}$、展開項数2とし、10回に1回新フィルターを作用後、上流端境界値の変更を行った。結果は図3,4に示す。図4において○印が内岸、▲印が外岸の値を示す。1,2断面では内岸側の流速が速く、3断面ではほぼ一様になり、4,5断面では逆に外岸の流速が速くなり、6断面では再び一様化する傾向が出ている。また鉛直分布も顕著に出ている。

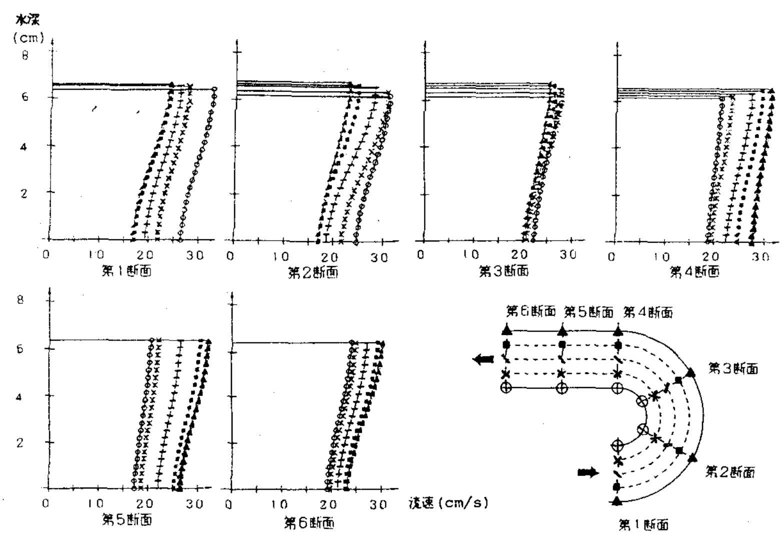

図 4　湾曲流各断面の流速分布

5. まとめ

上記の例は展開項数を2としたが、項数を増やすことにより、より高精度の解に近づくが、項数増加に伴って計算時間が長くなり、何項まで展開するのが妥当であるかを決定するのは難かしい。また、新フィルターと境界値の変更をどの程度行えば良いかも問題となる。これらの問題点は今後の研究課題であるが、上記の例により本解析方法による開水路の三次元流れが可能であることは明白である。

参考文献：(1) 富所、吉田「合流部の流れの数値計算法」 土木学会中部支部（1983）