

信州大学工学部 正 員 荒 木 正 夫

" " 寒 川 典 昭

信州大学大学院 学生員○寺 島 彰

" " 佐 藤 健 次

1. はじめに

2変数MEP分布とは、任意の制約の下で相互エントロピーを最大にする分布であり、制約の与え方により種々のタイプを取り得ることから、ピアソン系の分布等と同レベルのものであるとされる。

¹⁾我々は、小標本の自然現象の説明にこの分布を採用することが妥当であるという観点に立ち、MEP分布の理論式の算定及び基礎特性を検討してきた。本研究では、実測水文データの発生の仕方を考慮してこの分布の感度分析を行うとともに、合流河川に対する適用例を挙げる。

2. 感度分析

2変数MEP分布は、(1)、(2)式を制約条件としたとき、(3)式で与えられる。

$$\iint p(x,y) dx dy = 1,$$

$$\iint g_r(x,y) p(x,y) dx dy = E[g_r(x,y)], r=1,2,\dots,M,$$

$$p(x,y) = \exp\{-\lambda_0 - \sum \lambda_r g_r(x,y)\}$$

ここで、 $E[\cdot]$ は期待値記号であり、 λ_r はラグランジュ乗数である。図1 真値のMEP分布

いま、 $g_r(x,y)$ として、 $x^a, y^b, x^c y^d$ を採用し、 $x[0,\infty], y[0,\infty]$ としたとき、2変数MEP分布を $2M(s,t,u,v)$ と書く。ここで、 s,t,u,v は、 a,b,c,d の最大値である。なお、以下では母集団の1例として2変数ガンマ分布 ($2G(v,\rho)$) ²⁾ を取り上げている。

まず、モーメントの変動がMEP分布に及ぼす影響を分析するために、変動させる高次モーメント以外の値はすべて真値に固定し、その存在する区間内で、MEP分布の感度を分析した。計算の結果、次の区間のMEP分布は真値のモーメントを使ったMEP分布(図1)と形状的によく一致していた。

$$2G(4,0.5), 2M(2,2,1,1): 1.20 \leq {}_2m_x \leq 1.35, 1.05 \leq {}_{11}m_{xy} \leq 1.175 \quad (4)$$

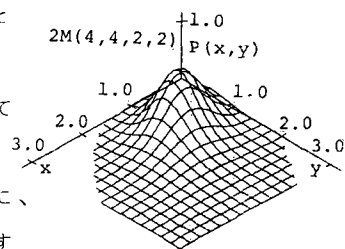
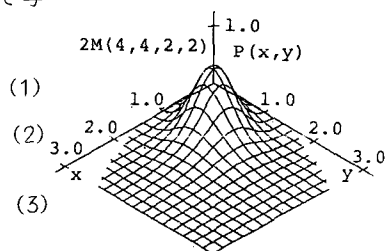
$$2G(4,0.5), 2M(4,4,2,2): 3.22 \leq {}_4m_x \leq 3.795, 2.35 \leq {}_{22}m_{xy} \leq 2.43 \quad (5)$$

$$2G(1.0,2), 2M(3,3,1,1): 6.0 \leq {}_3m_x \leq 10.0, 1.01 \leq {}_{11}m_{xy} \leq 1.75 \quad (6)$$

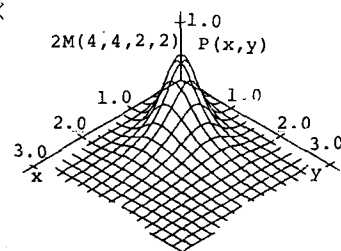
$$2G(1.0,2), 2M(4,4,1,1): 23.0 \leq {}_4m_x \leq 24.39, 0.8 \leq {}_{11}m_{xy} \leq 1.3 \quad (7)$$

図2は、(5)式における上限値でのMEP分布である。

次に、水文データの発生の方に対応したMEP分布の感度を分析す



(a) ${}_4m_x = 3.795$



(b) ${}_{22}m_{xy} = 2.43$

図2 変動後のMEP分布

るために、 $2G(4,0.5)$ より、データ数40、70、100個をそれぞれ5回ずつ発生させ、 MEP 分布を求めた。

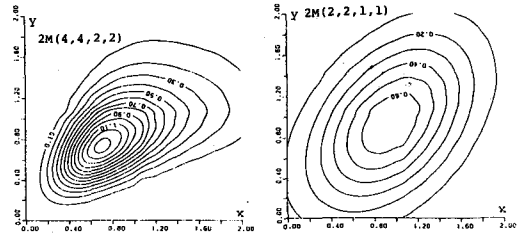
図3は、データ数70個で得られた MEP 分布の等確率線図の例である。 $2M(4,4,2,2)$ は、相対的に母集団(図4)をよく表現している。 $2M(2,2,1,1)$ は、母集団との適合度は $2M(4,4,2,2)$ に劣るが、真値のモーメントによる MEP 分布と変わらない形状が得られた。また、データ数40個の場合は、 $2M(2,2,1,1)$ を求めたが、上記と同様なことが言える。データ数100個の場合は、 $2M(4,4,2,2)$ を求めたが、70個の場合と比較してそれほど顕著な改善度は見られなかった。

3. 実測データへの適用

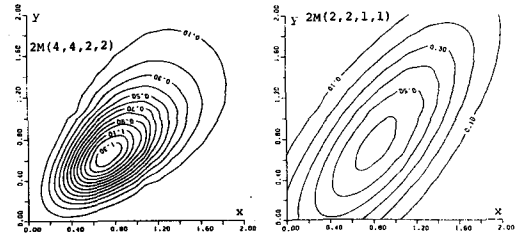
我々は、長尾ら³⁾の行なった合流河道の問題を、千曲川流域(図5)について検討した。合流後の立ヶ花地点29年分の年最大流量と、それに対応する上流2地点(小市、杭瀬下)での最大流量をそれぞれ確率変数 x 、 y とし、 $2M(2,2,1,1)$ を求めた。なお、図6は $2M(2,2,1,1)$ の等確率線図上に線形近似される立ヶ花地点での流量式を描き、3地点での特定流量($Q=6500, Q_{x1}=2400, Q_{y1}=3300(m^3/s)$ 計画流量の6割)に対する各領域での確率を確率密度曲面下の体積として計算したものである。なお、図中の係数 a_1, a_2, a_3 は、最小二乗法によって求めた。これをみると、上流2地点で特定流量を越える確率とリターンペリオドは、小市で、5.0%、20年、杭瀬下で、6.4%、16年であった。また、3地点で単独に特定流量を越す確率とリターンペリオドは、小市、杭瀬下、立ヶ花の順に、3.2%・32年、2.2%・45年、0%であった。

4. あとがき

本研究では、2変数 MEP 分布がもつ特性の一側面を明らかにすることができた。今後は、年最大日降水量とそれによってもたらされた最大流量に対して、また、2地点間の降水量に関して、適用を検討していきたいと考えている。



(a) Case-1



(b) Case-2

図3 等確率線図

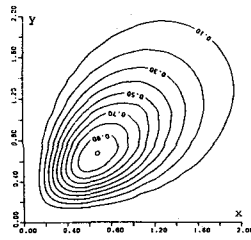


図4 $2G(4,0.5)$

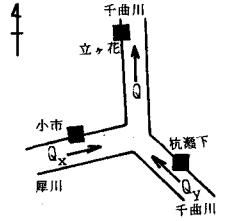


図5 流量観測所の位置

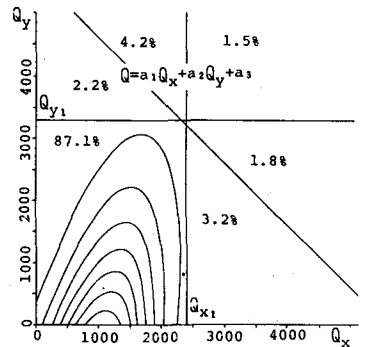


図6 年最大時間流量への適用例

1) 寒川、荒木、寺島：2変数 MEP 分布とその適用性について、第40回土木学会年講、(昭和58.9)

2) 前出1)

3) 石原(安)、長尾：計画高水流量の2変数確率論的研究、京大防災研究所年報第6号、(昭和38.7)