

曲率の影響を考慮した薄肉曲線桁の有限変位解析

石川高典 正 ○ 前川幸次
金沢大学 正 吉田 博
清水建設 正 本田伸弘

1. まえがき 薄肉曲線材のねじれ変形を解析する計算法としては、伝達マトリックス法および剛性法が用いられている。著者らは線形化有限変位理論に基づき、解析法には伝達マトリックス法を用いてきた¹⁾。しかし、その手法には問題もあり、さらに薄肉曲線格子桁等の横補剛に関する研究を進めるに当たっては剛性法による解析法の必要性を感じるに至った。ここでは、増分理論に基づいた有限変位解析を渡辺²⁾の手法に改良を加えた剛性法で行ったので、その概要と簡単な数値計算例を示す。

2. 解析法 本手法は文献2) にほぼ同様に定式化されているが、その特徴は、母線ごとの曲率の差を考慮し、任意断面形状のはりを対象とした定式化を行った点にある。

図-1 に示す曲線部材要素について、変位場は次のようになる。

$$u = u_0 - y \sin \phi - x(1 - \cos \phi), \quad v = v_0 + x \sin \phi - y(1 - \cos \phi)$$

$$w = w_0 - y(\Phi_x \cos \phi - \Phi_y \sin \phi) - x(\Phi_y \cos \phi - \Phi_x \sin \phi) - \omega_0 \Psi_z \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 u_0 、 v_0 および w_0 は 任意に定めた座標原点 O の x 、 y および z 方向の変位であり、 ϕ は断面回転角、 ω_0 は O に関する曲率を考慮したそり関数³⁾である。また、式(1)で

$$\Phi_x = v_0 + \frac{w_0}{R_0}, \quad \Phi_y = u_0', \quad \Psi_z = \phi' - \frac{1}{R_0} \Phi_y \cos \phi - \frac{1}{R_0} \Phi_x \sin \phi \quad \dots\dots\dots(2)$$

を用いており、 $()'$ は $R_0 \theta$ に関する微分を示す。

一方、薄肉曲線部材の非零のひずみ成分は直ひずみ ϵ_z および薄肉材中心線に沿うせん断ひずみ γ_s だけであり、それぞれ次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \epsilon_\theta = \frac{R_0}{\rho} \{ & \epsilon_z + \frac{1}{2} \frac{R_0}{\rho} [\Phi_y^2 + \Phi_x^2 + (x^2 + y^2) \phi'^2 + 2\Phi_x \phi' (x \cos \phi \\ & - y \sin \phi) - 2\Phi_y \phi' (x \sin \phi + y \cos \phi)] \\ & - y(\Phi_x' \cos \phi - \Phi_y' \sin \phi - \Phi_x \phi' \sin \phi - \Phi_y \phi' \cos \phi - \frac{1 - \cos \phi}{R_0}) \\ & - x(\Phi_y' \cos \phi + \Phi_x' \sin \phi - \Phi_x \phi' \sin \phi + \Phi_y \phi' \cos \phi + \frac{\sin \phi}{R_0}) \\ & - \omega_0 \Psi_z \} \\ \gamma_s = \theta \Psi_z \frac{R_0}{\rho} \quad \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

ここに、 $\epsilon_z = w_0' - v_0/R_0$ である。また、 θ は開断面の場合、 $\theta = 2\pi R_0/\rho$ である。

ある荷重段階 Q_n における増分形式で表わした仮想仕事式は変位およびひずみの2次項まで考慮した増分量を用いて次式で表わされる。

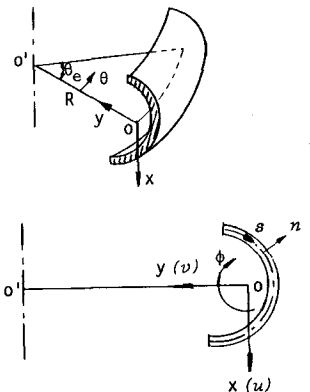


Fig. 1

$$\int_0^{\theta} \int_F \{E(\epsilon_{\theta}^0 + \Delta\epsilon_{\theta})\delta(\epsilon_{\theta}^0 + \Delta\epsilon_{\theta}) + G(\gamma_s^0 + \Delta\gamma_s)\delta(\gamma_s^0 + \Delta\gamma_s)\} dF R_0 d\theta$$

$$\int_0^{\theta} \int_F (P^0 + \Delta P)\delta(U^0 + \Delta U) dF R_0 d\theta - \left[\int_F (P^0 + \Delta P)\delta(U^0 + \Delta U) dF \right]_0^{\theta} = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここに、記号 $^{\circ}$ は前荷重段階 Q_{n-1} の量を示し、記号 Δ は増分量を示す。また、 P および F はそれぞれ物体力および表面力に関するベクトルであり、 U はそれらに対応する変位ベクトルを表わす。

通常のI型断面の場合、 $R_0/\rho \approx 1.0$ であり、式(3)で母線ごとの曲率の差を考慮する意味はほとんどないが、本研究では $\rho = \rho^*$ (ρ^* は薄肉中心線上の点の曲率半径)として R_0/ρ^* を含めた形で式(4)を展開した。また、座標原点 O および断面形状は任意としたため48個の断面定数を定義した。

座標原点 O を通る軸上の点の変位を座標 θ の3次式で近似し、曲線部材要素両端 i, j での節点変位増分として次式を用いる。

$$\begin{aligned} \Delta q_a &= \{\Delta u_i, \Delta w_i, \Delta \phi_{xi}, \Delta \epsilon_{zi}, \Delta v_j, \Delta w_j, \Delta \phi_{xj}, \Delta \epsilon_{zj}\} \\ \Delta q_c &= \{\Delta u_i, \Delta \phi_{yi}, \Delta \phi_i, \Delta \phi'_i, \Delta u_j, \Delta \phi_{yj}, \Delta \phi_j, \Delta \phi'_j\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(5)$$

変位成分で書き直した式(4)に式(5)を用い、節点変位増分の変分 $\delta \Delta q_a$ および $\delta \Delta q_c$ の任意性を用いることにより、演算の後、次式の剛性方程式を得る。

$$\begin{aligned} (K_a + N^{\circ})\Delta q_a + (K_{ac} + T_{ac}^{\circ})\Delta q_c &= f_a - r_a^{\circ} \\ (K_{ca} + T_{ca}^{\circ})\Delta q_a + (K_c + M^{\circ})\Delta q_c &= f_c - r_c^{\circ} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 K_a, K_{ac}, K_{ca}, K_c は剛性行列、 $N^{\circ}, T_{ac}^{\circ}, T_{ca}^{\circ}, M$ は初期応力行列、 f_a, f_c は荷重ベクトル、 r_a, r_c は残差ベクトルである。式(6)に含まれる積分 $\int_0^{\theta} [\dots] d\theta$ は Gauss の求積法で数値積分を行い、はり全体について重ね合せた剛性方程式はニュートン・ラフソン法で収束計算を行った。

3. 数値計算例 スパン中央で上フランジ上に集中荷重が作用する単純支持ばりを対象とし、スパン長 $L=2800\text{ mm}$ 、中心角 $\theta=0.0016, 0.016$ および 0.16 とした。図-2は用いた断面形状を示し、図-3は荷重-変形関係であり、縦軸はI型断面直線ばりの横倒れ座屈荷重 $P_{cr}=5.71\text{ t/m}$ で無次元化した荷重を表わし、横軸はスパン中央の断面回転角を表わしている。

非弾性計算(耐荷力)については目下検討中である。

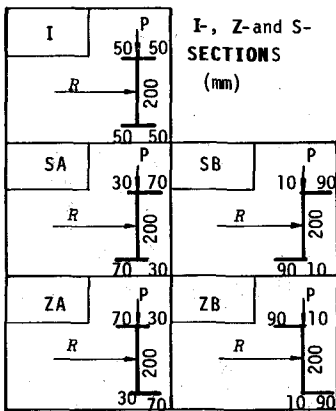


Fig. 2

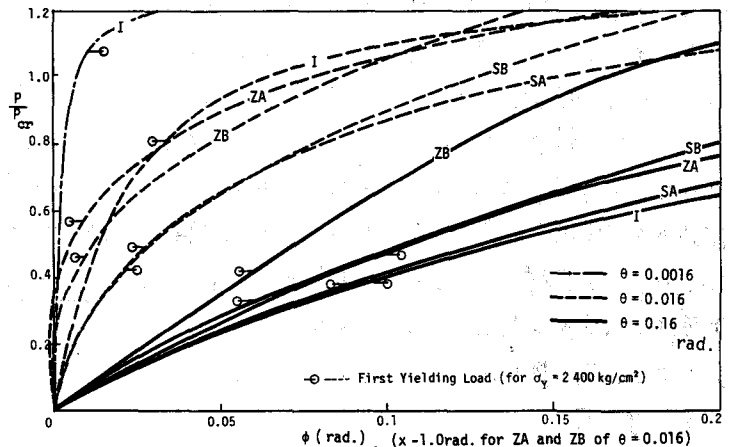


Fig. 3 Load-Deflection Relationship

1) 前川・吉田: 土木学会論文報告集 第312号

2) 渡辺・篠原・薄木: 土木学会論文報告集 第317号, 3) 深沢: 土木学会論文報告集 第110号