

熱流を受ける屈折ワラックの応力解析

名古屋工業大学 学生員 ○玉井 健治
名古屋工業大学 正員 長谷部宣男

1. まえがき

溶接技術の発達や構造物の大型化に伴い、部材の不均一温度場による熱応力の破壊に対する研究がなされている。そこで、熱応力によるワラック発生の一つの手がかりを見出すことが必要である。本報告では、図1に示す解析モデルを考え、一直線の初期ワラックを有する無限板に一樣流のある場合(以下、状態1と称する。)と、初期ワラックの一端から発生した屈折ワラックを有する無限板に一樣流のある場合(以下、状態2と称する。)について、写像関数を用い、応力分布、温度分布、応力拡大係数の値を示し考察した。

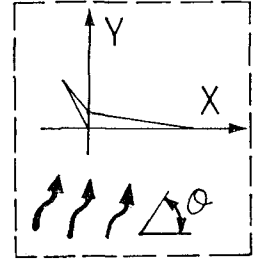


図-1 解析モデル

2. 解法

図2に示すように、Z平面上のワラックの外部を、z平面上の単位円内に写像する写像関数を次式のように作る。

$$Z = W(z) = E_0 z + \sum_{k=1}^{24} \frac{E_k}{z_k - z} + E \quad (1)$$

ただし、 E_0, E_k は形状により決まる定数で、 E は図形の位置に関する定数である。

また、状態1の場合の写像関数は次式となる。[1]

$$Z = W(z) = a/z + 1/z \quad (2)$$

均質な等方弾性体の場合、物体内の1点の温度 $\theta(x, y, z)$ に関して、熱源のない二次元温度場を考えると、釣り合い方程式、ひずみの適合条件式より、基本式を得る。

$$\nabla^2 \nabla^2 U = -2\alpha R \nabla^2 \theta \quad (3)$$

U はアイリー-の応力関数であり、 α は線膨張率、 R は平面応力状態で $(1+\nu)$ 、平面ひずみ状態で $(1+\nu)/(1-\nu)$ である。 ν は、ポアソン比である。そこで、 $U(x, y) = F(x, y) - 2G\theta$ と分け、さらに $F(x, y) = \text{Re}[\bar{z}\phi(z) + \chi(z)]$ とおくと、平面熱応力の一般式は次式となる。[2]

$$\sigma_{\theta} + \sigma_r = 4\text{Re}[\phi'(z)/w'(z)] - 2\alpha R G \theta \quad (4)$$

$$\sigma_{\theta} - \sigma_r + 2i\tau_{\theta r} = 2 \frac{z^2 w'(z)}{[z^2 w'(z)]^2} \cdot \{w'(z) \{ \phi'(z)/w'(z) \}' + \psi'(z) \} / w'(z) - \frac{8G}{w'(z)} \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{1}{w'(z)} - \frac{\partial \theta}{\partial \bar{z}} \frac{w'(z)}{[w'(z)]^2} \right) \quad (5)$$

G は、せん断弾性率で、 $\phi(z) \equiv \phi(w(z))$ 、 $\psi(z) \equiv \chi(w(z))$ である。

そこで、熱応力だけによる境界条件式を単位円周上で周回積分すると、

$$\phi(z) + \sum_{k=1}^{24} \frac{A_k \cdot B_k}{z_k - z} + \text{CONST} = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{\partial \theta}{\partial z} + i \frac{\partial \theta}{\partial \bar{z}} \bigg|_{z=0} \frac{dz}{z - z_k} \quad (6)$$

となり、 A_k は48元/次の連立方程式を解いて決められる定数であり、 $B_k = E_k / w'(z_k)$ 、 $z_k' = 1/\bar{z}_k$ である。

3. 解析結果及び考察 図3, 図4は、 $\theta = 90^\circ$ の場合の温度及び応力の分布を表わし、点線が状

態1, 実線が状態2を示す。なお, 分布図はX軸からの距離で値の大きさを示す。温度分布は, 状態1ではX軸, Y軸に対称となり, 応力分布も同様である。温度分布が線形分布からはずれるに従い, 応力が大きくなり, A点及びC点では大きな応力が生じている。また, 状態2では屈折クラックにより温度分布が変化し, 屈折クラックの

まわりでは不均一場を生じている。これに伴い, 応力分布も大きく変化し屈折クラック先端で応力集中が見られる。状態1と状態2を比較すると, A点のまわりでは屈折クラックの影響が小さく類似した温度分布, 応力分布である。

また, $\theta = 0^\circ$ の場合の状態2の温度分布及び応力分布が図5, 図6である。状態1では, 温度分布に変化がなく, 応力は生じない。図5から, 温度分布

は, 点B-C-D間で非線形であり, その他はほぼ線形分布となっている。したがって, 応力分布は図6に示すように, 点B-C, 点C-D間で大きく, 点A-B, 点D-A間では小さい。なお, 任意の方向の熱流は $\theta = 90^\circ$ と 0° の組み合わせにより表わされる。

また, 応力拡大係数は以下の無次元化したものを使っている。

$$F_I + iF_{II} = \frac{K_I + iK_{II}}{\sqrt{\pi C} \sqrt{(\sigma/2)^3}} \frac{q_0}{G \delta \alpha R}$$

ただし, C はクラックのX軸への正射影長であり, q_0 は熱伝導率, δ は単位面積の面素を通して単位時間当りに流出する熱量である。図7に示すように, A点, C点とも状態1の時0であったものが, b または a が大きくなるにつれて大きくなっている。また, A点での圧値は b/a が0~1まではほぼ0.5である。

〈参考文献〉

(1) J. N. GOODIER, A. L. FLORENCE; J. APPL. MECHANICS, PP. 635-639, DEC. 1960

(2) H. パークス=著, 渥美光=訳; 固体の力学シリーズ2熱弾性 培風館 1973

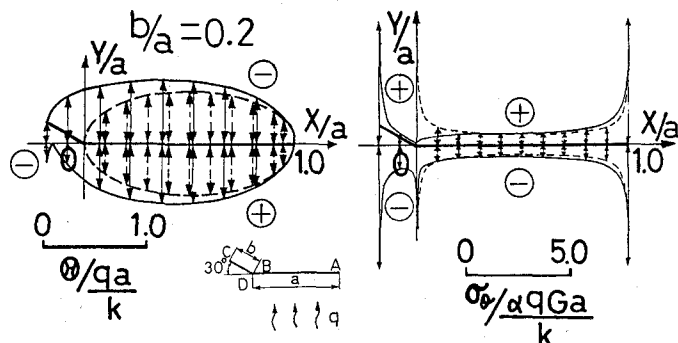


図-3 温度分布($\theta = 90^\circ$) 図-4 応力分布($\theta = 90^\circ$)

(点線は状態1, 実線は状態2を示す)

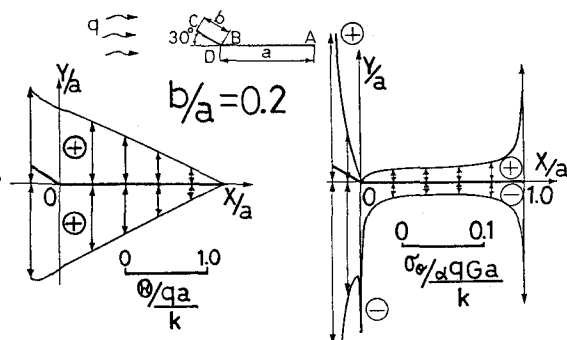


図-5 温度分布($\theta = 0^\circ$)

図-6 応力分布($\theta = 0^\circ$)

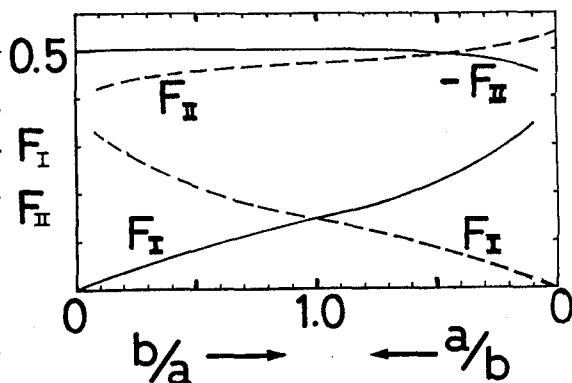


図-7 応力拡大係数 ($\theta = 90^\circ$)

(実線はA点, 点線はC点を示す)