

名古屋工業大学 学生員 O 杉本 孝博  
 名古屋工業大学 正 員 長谷部宜男

### 1. まえがき

溶接部や介在物を含む母材などの、異種材料（一方が剛な場合に相当する）間の接合部や、固定辺など、変位拘束部分の応力状態を調べることは、工学上たいへん興味深いことである。本報告では、解析モデルとして、その境界のすべての変位を拘束した切欠きを有する半無限板を考え、面内荷重が作用した平面弾性問題として解析し、その応力分布を求める。また切欠き先端の隅角部の開角や曲率半径と、応力分布との関係、特に応力集中の法則を考察する。

### 2. 解法

Fig-1 に示すような、先端に丸味のある切欠きを有する半無限領域 ( $z$ -Pl.) を単位円内 ( $\zeta$ -Pl.) に等角写像する写像関数を、分数式の和の形の有理型の写像関数で近似し、これを用いて複素応力関数を決定する [1][3]。  $\alpha$  は、隅角部の角度を表わすパラメーターであり、  $\beta$  は切欠き先端にそう入する曲線の位置に関するパラメーターである。図形の寸法は、三角形切欠きの場合は、切欠き先端に丸味のない場合の切欠き深さが 1.0 になるように、また U 字形切欠きの場合は、丸味のついた切欠きの深さが 1.0 になるように決める。

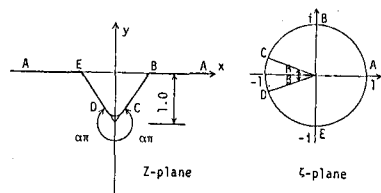


Fig-1

本研究では、荷重として、鉛直下向きに大きさ  $P$  の一様引張りを考え、それに付随して水平方向に大きさ  $\mu P$  の一様引張り力を作用させる。水平荷重を考えたのは、無限遠まで続く変位拘束による数学的困難さを除去するためである ( $\mu = (3-\kappa)/(1+\kappa)$ ,  $\kappa$  はポアソン比によって決まる係数で、平面応力場で  $\kappa = (3-\nu)/(1+\nu)$ , 平面ひずみ場で  $\kappa = 3-4\nu$  である)。

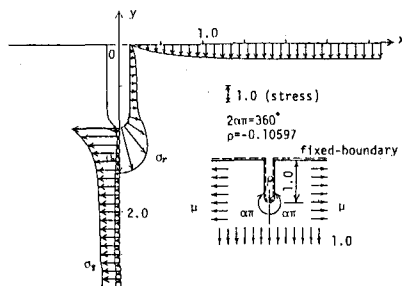


Fig-2

### 3. 結果および考察

Fig-2, 3 には、それぞれ  $2\alpha\pi = 360^\circ$ , 切欠き底の曲率半径  $\rho = -0.1060$ ;  $2\alpha\pi = 270^\circ$ ,  $\rho = -0.2630$  の切欠きを有する半無限板に、 $P=1.0$  が作用したときの、対称軸上の応力  $\sigma_x, \sigma_y$ , および境界線に沿う縁応力  $\sigma_r$  を示す。また Fig-4 には、切欠き底に生じる最大応力  $\sigma_{max}$  と  $\rho$  および  $2\alpha\pi$  との関係を  $\kappa=2$  に対して、両対数目盛りに示してある。この場合、ポアソン比は平面応力場で  $\nu=1/3$ , 平面ひずみ場では  $\nu=0.25$  に相当する。

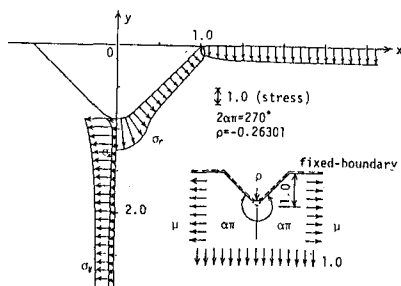


Fig-3

隅角部に丸味のない、鋭い角を持つ弾性領域において、隅角部付近が固定されているときの、隅角部の角度  $2\alpha\pi$  と応力の order  $m$  との関係は、

$$(3-\nu)\sin 2\alpha\pi(1+m) + (1+\nu)(1+m)\sin 2\alpha\pi = 0 \quad \text{----- (1)}$$

$$(3-\nu)\sin 2\alpha\pi(1+m) - (1+\nu)(1+m)\sin 2\alpha\pi = 0 \quad \text{----- (2)}$$

で表わされる[2]。ここに式(1)は、隅角部の2等分線に对称な応力分布の場合に、式(2)は、逆対称な応力分布の場合に成り立つもので、どちらも  $2\alpha\pi$  = 一定の角度で根  $m$  が複素根も含めて、無限個存在する超越方程式である。

Fig-4 に示す解析結果の考察より、 $\sigma_{max}$  と  $\rho$  および  $2\alpha\pi$  との関係を示す曲線は、式(1) (本研究のモデルの応力分布は、隅角部の2等分線に对称である)の根をもって、次の式

$$\sigma_{max} = k_1 \rho^{m_1} + k_2 \rho^{m_2} \quad \text{----- (3)}$$

$$\sigma_{max} = k_1 \rho^{m_1} + k_2 \rho^{m_2} + k_3 \rho^{m_3} \quad \text{----- (4)}$$

によって近似させることができる。

Table-1 に、式(3),(4)の各角度に関する  $m_j (j=1\sim 3)$  の値と、それぞれの角度について最小二乗法によって決められた係数  $k_j (j=1\sim 3)$  の値を示し、

Table-2 に、それらを用いた式(3)、(4)によって得られた  $\sigma_{max}$  と、解析結果からの  $\sigma_{max}$  との誤差  $\epsilon$  を示す。これより式(3)では10%以内、式(4)になるとほぼ1%以内の誤差で近似されることがわかる。

一般に最大応力  $\sigma_{max}$  は応力の order  $m_j$  と曲率半径  $\rho$  をもって、

$$\sigma_{max} = \sum_{j=1}^{\infty} k_j \rho^{m_j} \quad \text{----- (5)}$$

の形に表わされるであろう。

#### 4. おとがき

平面弾性問題における固定辺の隅角部の最大応力は、任意の角度で、式(1)から決まる  $m_j$  および隅角部の曲率半径をもって式(5)の形で表わされる。

(参考文献)

- [1] 長谷部宣男：土木工学論文報告集 第194号 (1971-10) P29
- [2] M. L. Williams : Jour. of App. Mech (1952-12) P526
- [3] N. I. Muskhelishvili : Some Basic Pro., P. Noordhoff Ltd.(1963)

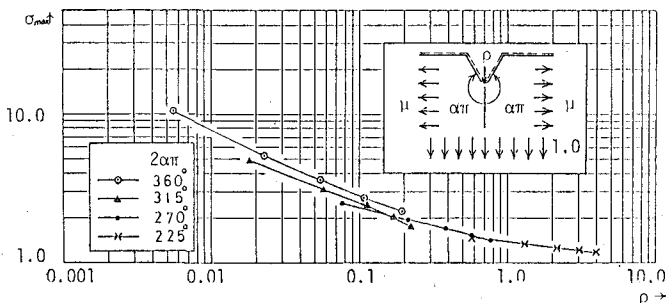


Fig-4

Table-1

| $2\alpha\pi$ | $m_1$   | $m_2$  | $m_3$  | $k_1$            | $k_2$            | $k_3$   |
|--------------|---------|--------|--------|------------------|------------------|---------|
| 360°         | -0.5    | 0      | 0.5    | 0.7395<br>0.7591 | 0.4814<br>0.1925 | 0.7053  |
| 315°         | -0.4633 | 0.2243 | 0.6046 | 0.7453<br>0.6697 | 0.4906<br>2.1636 | -2.8120 |
| 270°         | -0.3982 | 0.5159 | 0.7695 | 0.8795<br>0.7693 | 0.5808<br>2.6425 | -2.1497 |
| 225°         | -0.2668 | 0.7725 | 1.1764 | 1.2542<br>1.1283 | 0.1185<br>0.4210 | -0.1639 |

Table-2

| $2\alpha\pi$ | $\rho$  | $\sigma_{max}$ | 式(3)による $\sigma_{max}$ | $\epsilon$ (%) | 式(4)による $\sigma_{max}$ | $\epsilon$ (%) |
|--------------|---------|----------------|------------------------|----------------|------------------------|----------------|
| 360°         | 0.00550 | 10.4858        | 10.4550                | 3.07           | 10.4828                | 0.30           |
|              | 0.02239 | 5.3580         | 5.4231                 | 6.51           | 5.3708                 | 1.28           |
|              | 0.05397 | 3.6325         | 3.6647                 | 3.22           | 3.6241                 | 0.84           |
|              | 0.10597 | 2.7621         | 2.7532                 | 0.90           | 2.7541                 | 0.80           |
|              | 0.19089 | 2.2316         | 2.1740                 | 5.77           | 2.2382                 | 0.65           |
| 270°         | 0.07621 | 2.5447         | 2.6053                 | 6.06           | 2.5480                 | 0.32           |
|              | 0.20960 | 1.9787         | 1.8979                 | 8.08           | 1.9675                 | 1.12           |
|              | 0.37933 | 1.7082         | 1.6460                 | 6.22           | 1.7148                 | 0.65           |
|              | 0.56965 | 1.5379         | 1.5348                 | 0.31           | 1.5451                 | 0.72           |
|              | 0.76241 | 1.4157         | 1.4848                 | 6.91           | 1.4098                 | 0.59           |