

スリット状クラックを含む平板の2次元問題について

岐阜大学 学生員 石坂 豊
 岐阜大学 学生員 冬木武清
 岐阜大学 正員 中川建治

1 まえがき y 軸上で長さ $2a$ の開口部を含み、 $x+y$ 平面上に広がる無限板が σ_{x0}, σ_{y0} の面内を受ける弾性問題は、次に示す応力関数 $W(z, \bar{z})$ で解かれている。

$$W(z, \bar{z}) = \frac{1}{4} [(\sigma_{y0} - \sigma_{x0})z^2 - 2\sigma_{x0}a^2 \ln(z + \sqrt{z^2 + a^2})] + \frac{\bar{z}}{4} [(\sigma_{y0} - \sigma_{x0})z + 2\sigma_{x0}\sqrt{z^2 + a^2}] \quad \text{---- (1)}$$

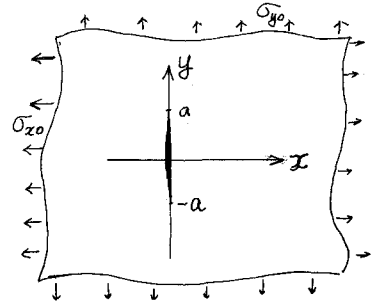


図-1

この解の不都合な点は、スリット状クラックの先端部 $y = \pm a$ 近傍で $\sigma_x \rightarrow \infty$ となる点である。

筆者等は、この不合理な点を解消して有限な応力集中を与えるような解析解を検討している。

2 従来の研究 筆者等の従来の研究は、 y 軸上で3次式の滑らかな開口部を生じさせる特異な複素曲面（重調和関数）を導き、この曲面をいくつか重ね合せてスリット状クラックを与える手法を検討している。この方法によって半無限板の自由辺に直角に切り込まれたクラック先端部、あるいは帯状板の自由辺に直角に生じているクラックの先端部の応力集中が、有限かつ滑らかな分布として与えられることが判明した。同時にクラック先端部に於いて応力が小さいが大きな変位を与える塑性域相当部分が発現している。これがこの解法のユニークな点である。

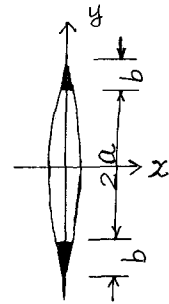


図-2 完全応力解放部 ($2a$) と塑性域相当部 (b)

3 今回の研究 応力の完全解放部 ($\sigma_x = \tau_{xy} = 0$) と有限な応力集中部を与える理論解式(2)に示す複素関数は重調和関数であって、 y 軸上 $|y| < a$ 区間で $\sigma_x = \tau_{xy} = 0$ 、 y 軸上 $a \leq |y| \leq a+b$ 区間では開口しつつ σ_x が生じて、0より有限な応力集中 $\sigma_{x\max}$ を与える、 $z = x + iy \rightarrow \infty$ では $\sigma_x = \sigma_{x0}$ 、 $\sigma_y = \sigma_{y0}$ 、 $\tau_{xy} = 0$ となるような1つの理論解である。すなわち塑性域相当の区間を実現させて有限な応力集中を与える応力関数である。

$$W_2(z, \bar{z}) = \Phi_0(z) + \bar{z} \psi(z) \quad \text{---- (2)}$$

$$\Phi_0(z) = \frac{1}{4}(\sigma_{y0} - \sigma_{x0})z^2 - \frac{\sigma_{x0}}{2b} \left[\frac{\alpha^3}{3} \ln(z + \sqrt{\alpha^2 + z^2}) - \frac{z^3}{8} \ln(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + z^2}) + \frac{z}{8} \alpha \sqrt{\alpha^2 + z^2} - \frac{1}{9} \alpha^3 \right]_{\alpha=a}^{\alpha=a+b}$$

$$\psi(z) = \frac{1}{4}(\sigma_{y0} - \sigma_{z0})z + \frac{1}{4b}\sigma_{z0}\left[\alpha\sqrt{\alpha^2 + z^2} + z^2\ln(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + z^2})\right]_{\alpha=a}^{\alpha=a+b}$$

4 計算例 理論解と特異曲面法との比較

図-3 は図-1 の理論解である式(2)を示す。図-4.1～図-4.2 は特異曲面解を重ね合せて最小自乗法的にクラック上の $\sigma_x = 0$ を実現させたものである。塑性域に相等する区間 $(a, a+b)$ における応力集中の形状は異なるが $\sigma_{x\max}$ は図-3 と図-4.1 とではほぼ等しくなっている。

図-5 は半無限板の自由面にクラックが生じている場合の2次元弾性問題を、特異曲面の重ね合せ法で解析したものである。クラックの開口変位が従来の線型クラック(式(1))によるものと良く対応している。

本研究は徳島大学工学部、児嶋助教の助言に負うところが大きい。

