砂地盤の二次元液状化解析法

岐阜大学大学院　学生員　○阿部　徳男
岐阜大学工学部　正　員　　岡　二三生

1．まえがき

近年、砂の構成式を用いた液状化の有効応力解析法が、多く提案されている。しかし、これらの解析法の多くは、地震時の地盤挙動を一次元として処理して解析しており、他方、地震時における河川堤防や、地中の埋設管と土との相互作用などを知るためには、二次元の液状化解析法が必要であることが明らかになってきている。今回、我々は、砂の構成式とBiotの二相混合体理論を用いた、二次元液状化解析法の開発を試みたので発表する。なお、砂の構成式に関しては、すでに岡[1)]によって提案されている、弾塑性論と変相線の概念に基づく、くり返し載荷下における砂の構成式を用いている。

簡単のために、有効応力の概念を解析に導入したが、有効応力の概念が厳密に成立するのは、間げき流体と土粒子骨格が非圧縮性のときだけであり、そのことに注意をはらわなければならなかった。固体相の運動方程式は、空間的には有限要素法によって、時間については差分法を用いて式の離散化を行った。また、流体相の運動方程式は、差分法によって離散化している。

2．運動方程式[2)]

二相混合体の運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \sigma^s_{ij}}{\partial x_j} = \rho^{-s}\frac{dv_i^s}{dt} + \Pi_i - \rho^{-s} b_i^s \qquad (1) \qquad\qquad \frac{\partial \sigma^f_{ij}}{\partial x_j} = \rho^{-f}\frac{dv_i^f}{dt} - \Pi_i - \rho^{-f} b_i^f \qquad (2)$$

ここで、σ^α_{ij} は、土および流体各々の応力テンソル、v_i^α は速度ベクトル成分、b_i^α は物体力ベクトル成分、Π_iは相互間力ベクトル成分、$\rho^{-\alpha}$は土および液体各々の密度を表わす。

全応力は次式によって定義される。

$$\sigma_{ij} = \sigma^f_{ij} + \sigma^s_{ij} \qquad (3)$$

有効応力テンソルσ^e_{ij}は(4)式で定義されるが、この式は、前述したように土粒子骨格と間げき流体が非圧縮性のときのみに有効である。

$$\begin{aligned}\sigma^e_{ij} &= \sigma^s_{ij} - (1-n)u_w\delta_{ij} \\ &= \sigma_{ij} - u_w\delta_{ij}\end{aligned} \qquad (4) \qquad\qquad \sigma^f_{ij} = n\,u_w\,\delta_{ij} \qquad (5)$$

ここで、nは間げき率、u_wは間げき水圧を示す。

石原[3)]によれば、Π_iは

$$\Pi_i = -d(v_i^f - v_i^s) \qquad (6) \qquad\qquad d = \rho^f g\cdot n^2/k \qquad (7)$$

で表わすことができる。なお、kは透水係数を、$\rho^f g$は水の単位体積重量を表わす。

(1)および(2)式を直接解くことは、液状化解析においてあまり有効とはいえないので、固相と液相の加速度の差が小さいと仮定できるとき、(1)，(2)式は以下のようになる。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \bar{\rho}\frac{dv_i^s}{dt} - b_i\bar{\rho} \qquad (8) \qquad\qquad \frac{\partial \sigma^f_{ij}}{\partial x_j} = \rho^{-f}\frac{dv_i^s}{dt} - \Pi_i - b_i\rho^{-f} \qquad (9) \qquad\qquad \begin{aligned}\bar{\rho} &= \rho^{-s} + \rho^{-f} \\ b_i &= b_i^s + b_i^f\end{aligned}$$

さらに、(8)式は全体として土の運動量のつり合いを支配すると仮定し、液相の加速度項を無視することにより、(2)式は以下のように簡単化される。

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{f}}{\partial x_j} = -\pi_i \qquad (10)$$

3．有限要素法による液状化解析

土の要素に対する荷重増分に対して、仮想仕事の原理を適用すれば、次式が得られる。

$$\int_v \{\Delta \bar{\varepsilon}\}^T \{\Delta\sigma\} dv = \int_s \{\Delta \bar{u}\}^T \{\Delta T_s\} ds + \int_v \{\Delta \bar{u}\}^T \{\Delta F\} dv \qquad (11)$$

$$\{\Delta F\} = \{\Delta F_b\} - \rho\{\Delta \ddot{u}\} \quad , \quad \{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma'\} + \{\Delta u_w\} \qquad (12)$$

ただし、 $\{\Delta\varepsilon\}$：ひずみ増分ベクトル　$\{\Delta\sigma\}$：全応力増分ベクトル　$\{\Delta\sigma'\}$：有効応力増分ベクトル
$\{\Delta u_w\}$：間げき水圧増分　$\{\Delta u\}$：変位増分ベクトル　$\{\Delta F_b\}$：物体力増分ベクトル
$\{\Delta T_s\}$：平面力増分ベクトル　$\{\Delta \ddot{u}\}$：加速度増分ベクトル　ρ：質量

節点変位ベクトル $\{\Delta \bar{u}\}$ と、$\{\Delta u\}$, $\{\Delta\varepsilon\}$ および体積ひずみ ΔV は、各々、形状関数 $[N]$, ひずみ節点変位マトリクス $[B]$、体積ひずみ節点変位マトリクス $[C']$ を用いて、次のように表される。

$$\{\Delta u\} = [N]\{\Delta \bar{u}\} \qquad \{\Delta\varepsilon\} = [B]\{\Delta \bar{u}\} \qquad \Delta V = [C']\{\Delta \bar{u}\} \qquad (13)$$

(12)および(13)の各式を(11)式に代入し、変形整理すると次式を得る。

$$[M]\{\Delta \ddot{\bar{u}}\} + [K]\{\Delta \bar{u}\} + \{K_v\}\Delta u_w = \{\Delta F_e\} \qquad (14)$$

ただし　$[M] = \int_v [N]^T \bar{\rho} [N] dv$　(15)　$[K] = \int_v [B]^T [D][B] dv$　(16)　$\{K_v\} = \int \{B_v\} dv$　(17)

$$\{\Delta F_e\} = \int_v [N]^T \{\Delta F_b\} dv + \int_s [N]^T \{\Delta T_s\} ds \qquad (18)$$

一方、地中の水の移動に関しては、次式が導かれている。

$$\frac{d\varepsilon_{kk}}{dt} = \{K_v\}^T \{\Delta \dot{\bar{u}}\} = -\frac{k}{\rho^f g} \cdot \frac{\partial^2 u_w}{\partial x_i^2} \quad (= \alpha) \qquad (19)$$

(14)と(19)式を重ね合せ、さらに、粘性境界と鉛直下方への波動逸散を考慮することにより、

$$[M]\begin{bmatrix}\{\Delta \ddot{\bar{u}}\} \\ \{0\}\end{bmatrix} + [C]\begin{bmatrix}\{\dot{\bar{u}}\} \\ \{0\}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}[K] & \{K_v\} \\ \{K_v\}^T & \{0\}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\{\Delta \bar{u}\} \\ \{\Delta u_w\}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\{\Delta F_e\} \\ \alpha\end{bmatrix} \qquad (20)$$

を得る。$[C]$ は粘性境界条件と基盤の定数より求められる。

4．砂の構成式[1]

塑性ひずみ増分テンソル $d\varepsilon_{ij}^{p}$ は、塑性ポテンシャル f_p および降伏関数 f を用いて

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = \Lambda \frac{\partial f_p}{\partial \sigma'_{ij}} df \quad (21) \qquad f_p = \bar{\eta}^* + \tilde{M}^* \ln\left(\frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m(n)}}\right) = 0 \quad (22) \qquad f = \bar{\eta}^*$$

で表わされ、Λ は硬化パラメター、$\bar{\eta}^*$ は相対応力比である。

なお、計算結果については、当日発表する予定である。

謝　辞　日頃御指導いただいている本学宇野尚雄教授に感謝いたします。

参考文献　1) Oka, F. & H. Washizu (1981) Proc. Int. Conf. on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, St. Louis, Vol. 1, pp. 71–74.
2) 岡二三生 (1980) 土木学会論文報告集, 第299号, pp. 59–64.
3) Ishihara, K. (1968) Proc. of Int. Symp. of Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials, Univ. of New Mexico Press., pp. 195–206