

名古屋工業大学 学生員 ○浅井 慶一郎

名古屋工業大学 正員 松井 寛

1. はじめに

交通量配分問題は従来OD表に基づく静的配分問題が主であったが、近年、時々刻々と変化する交通需要を対象とした動的配分の研究がなされるようになってきた。このような背景のもとで、本研究では、動的交通量配分理論としての総所要時間最小化配分および等時間原則配分の2つの配分モデルを、多種ODの道路網へ適用することを考え、その理論と解法、さらに実用性について検討しようとするものである。

2. 定式化

まず、交通流を記述するパラメーターとして存在台数を用い、各記号を以下のように定義する。

$X_i^{rk}(t)$: ODが r で経路 K を通る交通流のリンク i 上の時刻 t における存在台数

$U_i^{rk}(t)$: 時刻 t におけるODが r で経路 K を選択する配分比率 ($0 \leq U_i^{rk}(t) \leq 1$)

$Q^r(t)$: 時刻 t におけるODが r のネットワークへの流入台数

δ_i^{rk} : ODが r の経路 K がリンク i を含むとき1、その他のとき0

$S_i(t)$: 時刻 t におけるリンク i からの流出台数

$P_{i-1,i}^{rk}(t)$: 時刻 t におけるリンク $i-1$ 上の全存在台数中、ODが r で経路 K の存在台数の比率

交通流に関する状態方程式および制約条件式は、一般に次のように表わされる。

$$\dot{X}_i^{rk}(t) = \sum_r \sum_K \delta_i^{rk} U_i^{rk}(t) Q^r(t) + P_{i-1,i}^{rk}(t) S_{i-1}(t) - P_{i,i+1}^{rk}(t) S_i(t) \quad \text{①-1}$$

$$\dot{X}_i^{rk}(t) = P_{i-1,i}^{rk}(t) S_{i-1}(t) - P_{i,i+1}^{rk}(t) S_i(t) \quad \text{①-2}$$

ただし、①-1は i が発生源リンクのとき、①-2はそれ以外のとき。

$$P_{i-1,i}^{rk}(t) = X_{i-1,i}^{rk}(t) / \sum_r \sum_K X_{i-1,i}^{rk}(t) \quad \text{②}$$

$$S_i(t) = (A_i - B_i \sum_r \sum_K X_i^{rk}(t) / L_i) \sum_r \sum_K X_i^{rk}(t) / L_i \quad \text{③}$$

$$\sum_K U_i^{rk}(t) = 1 \quad X_i^{rk}(t) \geq 0 \quad \text{④}$$

A_i, B_i : 道路規格によって定まる定数 L_i : 区間長

以上のような条件のもとで、評価関数はFig. 1の斜線部分を最小化することである

i) 総所要時間最小化配分

$$J_1 = \sum_r \sum_K \sum_i \int_0^T X_i^{rk}(t) dt \Rightarrow \min$$

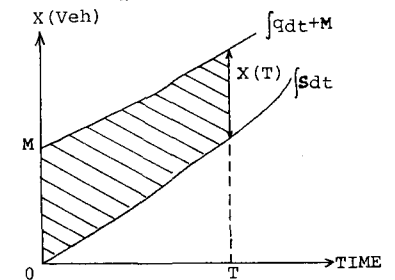
T : 制御時間

ii) 等時間原則配分

$$J_2 = \sum_r \sum_K \sum_i \int_0^{X_i^{rk}(t)} \tau_i^{rk}(\alpha) d\alpha \Rightarrow \min$$

$$X_i^{rk}(t) = \int_0^t Q_i^{rk}(t) dt + M_i^{rk}$$

i) 総所要時間最小化配分



ii) 等時間原則配分

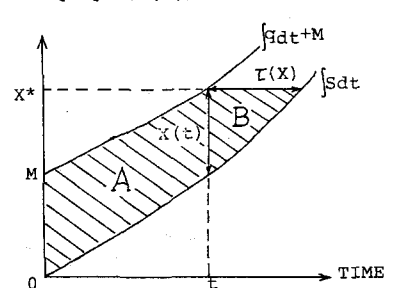


Fig.1

ここに、 M_i^{rk} は $X_i^{rk}(t)$ の初期値、 $q_i^{rk}(t)$ は OD が t で経路 K のリンク i への流入台数、 $\tau_i^{rk}(x)$ は x 台目の車がリンク i を通過するのに要する走行時間である。

次に、 J_2 の評価関数の最小化がそのまま等時間原則として成り立つことを示そう。そのために、次のようなラグランジュ関数を導入する。

$$\phi = \sum_r \sum_K \sum_i \int_0^{X_i^{rk}(t)} \tau_i^{rk}(x) dx - \sum_r \lambda^r (\sum_i u_i^{rk}(t) - 1) \quad (8)$$

ここに、 λ^r はラグランジュの未定乗数、Kuhn-Tucker の定理より以下のようになる。

$$\circ u_i^{rk}(t) > 0 \text{ のとき } \frac{\partial \phi}{\partial u_i^{rk}(t)} = \sum_r \frac{\partial \phi}{\partial X_i^{rk}(t)} \cdot \frac{\partial X_i^{rk}(t)}{\partial u_i^{rk}(t)} - \lambda^r = \sum_r \delta_i^{rk} \tau_i^{rk}(x) \cdot t - \lambda^r = 0 \therefore \sum_r \delta_i^{rk} \tau_i^{rk}(x) = \frac{\lambda^r}{t}$$

$$\circ u_i^{rk}(t) = 0 \text{ のとき } \frac{\partial \phi}{\partial u_i^{rk}(t)} = \sum_r \frac{\partial \phi}{\partial X_i^{rk}(t)} \cdot \frac{\partial X_i^{rk}(t)}{\partial u_i^{rk}(t)} - \lambda^r = \sum_r \delta_i^{rk} \tau_i^{rk}(x) \cdot t - \lambda^r \geq 0 \therefore \sum_r \delta_i^{rk} \tau_i^{rk}(x) \geq \frac{\lambda^r}{t}$$

このように、利用される経路については所要時間は等しく、利用されない経路より短い。すなわち、等時間原則が成り立つことが証明された。以上により、状態方程式①、制約条件④のもとで評価関数⑤および⑥を最小化する非線形最適化問題として定式化された。

3. 最適化計算の手法

この問題では、状態方程式が非線形微分方程式のため、解析的に解くことは困難である。そこで、適当な時間間隔で変数を離散化して最適解を求める離散形最大原理を適用する。さらに等時間原則適用の場合、積分範囲 X^k が経路によって異なるためにこのままでは適用できないので、Fig. 1 (ii) における斜線部 B を三角形近似することにより、評価関数を以下のように置き換えた。

$$J_2 = \sum_r \sum_K \sum_i \int_0^{X_i^{rk}(t)} X_i^{rk}(t) dt + \sum_r \{ (X^k(t))^2 / 2 S^k(t) \} \Rightarrow \min \quad (9)$$

$X^k(t)$: 時刻 t における経路 K 上の存在台数、 $X^k(t) = \sum_i \sum_r X_i^{rk}(t)$

$S^k(t)$: 時刻 t における経路 K からの流出台数

また、いずれの配分モデルにおいても、状態方程式が制御変数 $u_i^k(t)$ に関して線形であるため、 $u_i^k(t)$ が 1 と 0 の間で切り換わる Bang-Bang 制御となる。

4. 数値計算例

Fig. 2 に示す 2 OD 4 経路の道路網をモデルとし、各経路を 6 分割して最適化計算を行なった。

制御時間は 60 分、時間間隔は 1 分とし、流入交通

SATURATION FLOW = 2000 (Veh/Hour/Lane)
() = NUMBER OF LANES

Fig. 2 Network Model

量が 12 分ごとに变化する場合

を想定した。道路状態は Fig. 2 に示す通りであり、計算結果の一部を Table. 1 に示した。

制御方式、時間間隔の取り方など問題点もあるが、本モデルを拡張することにより、各種道路網への実用性も十分可能であると思われる。

Table 1

T (Min)	Q11 (Veh/Min)	Q12 (Veh/Min)	Q21 (Veh/Min)	Q22 (Veh/Min)	DT1=T11-T12, DT2=T21-T22							
					総所要時間最小化配分	等時間原則配分	DT1	DT2				
	U11	U12	U21	U22	U11	U12	U21	U22	(Min)			
18	65	5	7	50	0	1	1	0	-0.193	-0.001		
19	65	5	7	50	1	0	1	0	0.051	0.134		
20	65	5	7	50	0	1	0	1	-0.162	0.177		
21	65	5	7	50	1	0	0	1	0.044	-0.045		
22	65	5	7	50	0	1	1	0	-0.218	0.187		
23	65	5	7	50	1	0	0	1	0.022	0.186		
24	55	8	5	45	0	1	1	0	-0.110	-0.054		
25	55	8	5	45	0	1	1	0	0.025	0.039		
26	55	8	5	45	0	1	0	1	-0.070	-0.030		
27	55	8	5	45	1	0	1	0	0.089	-0.176		
28	55	8	5	45	0	1	1	0	-0.081	-0.014		
29	55	8	5	45	0	1	0	1	0.057	0.007		
30	55	8	5	45	0	1	1	0	-0.089	-0.130		
31	55	8	5	45	1	0	1	0	0.051	-0.038		
32	55	8	5	45	0	1	0	1	-0.121	-0.180		
33	55	8	5	45	0	1	1	0	0.037	-0.010		