

信州大学 正員 奥谷 巖

信州大学 学生員 〇植原 純

1. まえがき

交通制御を行うときに 何時点か若の交通状態が的確に把握できれば都合のよいことがしばしばある。すなわち、交通量、時間オキュパンス等の交通状態量の精度の高い動的な短期予測は、交通制御を有効ならしめる上で重要である。本研究はこのような観点から、いくつかの交通状態量予測モデルを採り挙げ、実証的な比較検討を総合的に行いそれぞれの手法の特性を把握しようとするものである。

2. U T C S モデル

[1] U T C S - 2 モデル

本モデルは、差分方程式を基礎としているが、それを解くと次のような予測式を得る。

$$\hat{x}_i(t+k) = \mu(t+k) + \gamma \mu(t+k-1) - \gamma \hat{x}_i(t+k-1) + (1-\alpha) A(t+k-1) + \gamma(1-\alpha) A(t+k-2) \quad (1)$$

ここで $\mu(t)$ は交通状態量の過去の平均的変動パターンで

$$\mu(t) = a_0 + \sum_{i=1}^N [a_i \cos(2\pi i t / N) + b_i \sin(2\pi i t / N)] \quad (2)$$

$$\hat{x}_i(t) = \begin{cases} x_i(t) & : t \leq t_0 \text{ のとき} \\ \hat{x}_i(t) & : t > t_0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (3) \quad \begin{array}{l} \hat{x}_i(t) : x_i(t) \text{ の予測値} \\ \alpha : \text{平滑化定数} \quad N : \text{データ数} \end{array}$$

$$A(t) = \sum_{p=0}^{\infty} \alpha^p [\hat{x}_i(t-p) - \mu(t-p)] \quad (4)$$

$$\gamma = \frac{(n-1) \sum_{s=1}^{n-1} [x'_i(s) - \mu(s) - (1-\alpha) A'(s-1)] [x'_i(s-1) - \mu(s-1) - (1-\alpha) A'(s-2)]}{(n-2) \sum_{s=1}^{n-1} [x'_i(s) - \mu(s) - (1-\alpha) A'(s-1)]} \quad (5)$$

$$x'_i(s) \text{ は 前日以前の時刻 } s \text{ の交通状態量, } A'(s) = \sum_{p=0}^{\infty} [x'_i(s-p) - \mu(s-p)] \quad (6)$$

[2] U T C S - 3 モデル

U T C S - 2 モデルと同じように差分方程式で それを解くと予測式は次のようになる。

$$\hat{x}_i(t+k) = \gamma_k x_i(t) + (1-\gamma_k) B(t-1) \quad (7)$$

$$\text{ここに } B(t) = \mu_0 \alpha^{t+1} + (1-\alpha) \sum_{p=0}^t \alpha^p x_i(t-p) \quad (8)$$

$$\gamma_k = \frac{(n-1) \sum_{s=1}^{n-1} [x'_i(s) - B(s-1)] [x'_i(s+k) - B(s+k-1)]}{(n-2) \sum_{s=1}^{n-1} [x'_i(s) - B(s-1)]} \quad (9)$$

3. 重回帰分析モデル

重回帰分析モデルは、予測対象リンク以外に他の関連リンクの情報と予測式の中に組み入れることが可能でこの点が U T C S モデルとは異なる。予測式は次のようになる。

$$\hat{x}_2(t+k) = a_1^0 x_1(t) + a_1^1 x_1(t-1) + \cdots + a_1^r x_1(t-r) + \cdots + a_n^0 x_n(t) + \cdots + a_n^r x_n(t-r) + b \quad (10)$$

a_i^r, b は 前日のデータを用いて最小二乗法により決定されるパラメータ

4. カルマン・フィルタモデル

カルマン・フィルタモデルも重回帰分析モデルと同様に予測対象リンク以外の情報と利用できる。

[1] カルマン・フィルタモデル I

リンク1を予測対象リンクとしたとき

$$x_1^d(t+k) = H_0^d(t)x^d(t) + H_1^d(t)x^d(t-1) + \cdots + H_r^d(t)x^d(t-r) + e^d(t) \quad (11)$$

$x^d(t) = (x_1^d(t), x_2^d(t), \dots, x_n^d(t))$ は α 日の交通状態量ベクトル

$H_k^d(t)$ は $x^d(t-k)$ にかかるパラメータベクトル, $e^d(t)$ は 誤差項

いま $H_k^d(t)$ の要素を $a_{ij}^d(t) = (a_{11}^d(t), a_{12}^d(t), \dots, a_{1n}^d(t))$ としたとき

$$a(t) = (a_1^0(t), a_2^0(t), \dots, a_n^0(t), a_1^1(t), \dots, a_1^r(t), \dots, a_n^1(t), \dots, a_n^r(t))^T \quad (12)$$

なる $n(r+1)$ 次元のベクトルを考え、さらに

$$A(t) = \begin{bmatrix} x^T(t) & 0 & x^T(t-1) & \cdots & x^T(t-r) \\ 0 & x^T(t) & & & \\ & & x^T(t-1) & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & x^T(t-r) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$y(t) = x_1(t+k) \text{ とおくと 式(11)は } y(t) = A(t)a(t) + e(t) \quad (14)$$

(14)式において $y(t)$ を観測量, $a(t)$ を状態量とみなし観測方程式と考える。

仮想的な状態量であるパラメータベクトル $a(t)$ は、定常性を仮定すると

$$a(t) = a(t-1) + v(t) \quad (15) \quad \text{なる状態方程式を構成することができる。}$$

現時点を t とし、任意時刻を t としたとき $a(t)$ の最適推定値 $\hat{a}(t)$ は、カルマン・フィルタ理論より

$$\hat{a}(t) = \hat{a}(t-1) + K(t)[y(t) - A(t)\hat{a}(t-1)] \quad (16) \quad K(t): \text{カルマンゲイン行列}$$

最新の観測量は $y(t-k) = x_1(t)$ より最良のパラメータ推定値は $\hat{a}(t-k)$ になる。したがって

$$x_1(t-k) \text{ の推定値は次式になる。 } \hat{x}_1(t-k) = \hat{y}(t) = A(t)\hat{a}(t-k) \quad (17)$$

[2]カルマン・フィルタモデル2

モデル1では、 $a(t)$ の定常性を仮定したが、それを前提にしないモデルを考え式(14)の表現を変え、

$$y_c(d) = A_c(d)a_c(d) + e_c(d) \quad (18)$$

パラメータ $a_c(d)$ については t がある値に固定されたとき、日に関して定常と考えて

$$a_c(d) = a_c(d-1) + e_c(d-1) \quad (19) \quad \text{なる状態方程式を考える。}$$

以上のシステム方程式より $\hat{a}_c(d-1)$ が得られたら $\hat{a}_c(t+k) = A_c(t)\hat{a}_c(d-1)$ とし予測値を求める。

[3]カルマン・フィルタモデル3

式(11)で $k=1, r=0$ かつ $x_1(t+1)$ を $x(t+1)$ なるベクトルに $H_0(t)$ を $n \times n$ の行列とした式を考え、
と、次のような状態方程式が得られる。 $x(t+1) = H_0(t)x(t) + e(t) \quad (20)$

さらに、 $x(t)$ はすべて観測しているものとし、次のような観測方程式を設定する。

$$y(t) = x(t) + w(t) \quad (21)$$

$H_0(t)$ は、モデル1の方法により固定し、 $\hat{x}(t+1)$ を $y(t)$ を利用して求めた後、予測値を求める。

$$\hat{x}(t+k) = \{H_0(t)\}^{k-1} \hat{x}(t+1) \quad (22)$$

5. ウィンター-流平滑法モデル

ウィンター-流平滑法を用いたモデルで予測式は次式のようなになる。

$$\hat{x}_1(t+k) = \{x_0^d(t) + kD^d(t)\} F^{d-1}(t+k) \quad (23)$$

$D^d(t)$ はトレンドファクター, $F(t+k)$ は時刻変動指数

$$x_0^d(t) = \beta \{x_1^d(t) / F^{d-1}(t)\} + (1-\beta) \{x_0^d(t-1) + D^d(t-1)\} \quad (24)$$

詳細は発表当日報告する予定である。