フィリップスモデルの多車線交通流への拡張

信州大学　正員　興谷 巖

1．まえがき

高速道路あるいは一般道路における交通流の動態を表わすモデルとして，大別すれば微視的モデルと巨視的モデルがある。前者として代表的なものは，いわゆる追従理論であるが，これは主に局所的な交通流の詳細な性質を調べるときに適用される。これに対して，後者の巨視的モデルとしては，現在までLighthill等により提案されたショックウェーブの概念を導入したモデルが代表的なものとして考えられている。そして，こうした巨視的モデルは，詳細な交通に関する情報を与え得ない反面で，より広い範囲にわたる道路交通流に対して，空間平均速度，交通量，交通密度などの包括的情報を効率よく提供しうるとされている。この意味において，交通流解析に対し，巨視的モデルは微視的モデルと同じように有効な一つの手段になりうると考えられる。

この巨視的モデルについて，最近になってPayne[1]やPhillips[2]が相ついで研究し，新しいモデルを提案した。両者のモデルに共通な点は，速度の動的変化を規定する方程式を導入している点で，これによって，保存方程式のみから導出されたショックウェーブ理論では表わし得ないより現実的な車の速度変化を表現しようとしているのである。しかしながら，Payneモデルでは追越し現象を全く考慮に入れていないし，Phillpsモデルでは，それを考慮しうる構造にありながら，平均的に取り扱っているがために，空間的に横方向への影響を無視する結果となっている。そこで，本稿では，多車線交通流問題に対して，分子運動理論を適用し，より実際的なモデルを作る方向を示すことにする。

2．対象道路

一般的なモデルを導くために，図-1に示したような車線数nの道路を対象とするが，実際の理論展開は，車線数5の道路まで行えば必要にして十分である。何故ならば，車線数2の道路で，双方ともそれより外側に車線がないような車線（外部車線とよぶ）から成る道路を，車線数3の道路で，真中の車線（このように両側を他の車線によって挟まれた車線を内部車線とよぶことにする）が直接外部車線2つに接している道路を，車線数4の道路で，外部車線と内部車線で挟まれた車線を，車線数5の道路で，内部車線に挟まれた車線を考慮することができるからであって，車線としてこれら以外の条件下にある車線がないからである。

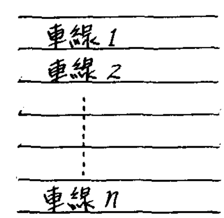

図-1 対象道路

3．巨視的モデル

まず，以下で用いる記号として，次のようなものを定義する。

x＝交通の流れる方向に増加する距離，　t＝時間，　$k_l = k_l(x,t)$＝車線lにおける距離x，時間tの密度，　$\bar{U}_l = \bar{U}_l(x,t)$＝距離$x$，時間$t$における空間平均速度

$f_l(u,x,t)$＝車線lの，距離x，時間tにおける車がuなる速度を有している確率密度

$f_{ol}(u,k)$＝追越し後に速度uをとる確率　　$f_{il}(u)$：車線lに流入する車の速度uの確率密度　　Q_{il}, Q_{ol}＝車線lの単位長さあたりの流入・流出交通量

$f_{i\ell}(u,k)$＝流入・流出車によってもたらされるf_ℓの変化＝$\{Q_{i\ell} f_{i\ell}(u) - Q_{e\ell} f_\ell\}/k_\ell$

k_0＝最大交通密度

(1)　2車線道路の場合

車線1と車線2は同じ相互関係にあるから，車線1のみについて考える。当該車線におけるBoltzmann方程式は次のように表わされる。すなわち

$$\frac{\partial k_1 f_1}{\partial t} + u\frac{\partial k_1 f_1}{\partial x} = k_1\left(\frac{k_2}{k_0}\right)(\bar{u}_1 - u) f_1(u,x,t) + \frac{k_2}{\tau(k_2)}\{f_{p2}(u,k_2) - f_2(u,x,t)\} + \{Q_{i1} f_{i1}(u) - Q_{e1} f_1\} + k_2\left(1-\frac{k_1}{k_0}\right) f_2(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_2(v,x,t)\,dv - k_1\left(1-\frac{k_2}{k_0}\right) f_1(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_1(u,x,t)\,dv \qquad (1)$$

(2)　3車線道路の場合

車線3については，車線1と同様の関係式が成立するので，以下では車線1と車線2についてのみ方程式を導く。まず車線1については

$$\frac{\partial k_1 f_1}{\partial t} + u\frac{\partial k_1 f_1}{\partial x} = k_1\left(\frac{k_2}{k_0}\right)(\bar{u}_1 - u) f_1(u,x,t) + \frac{k_2}{2\tau(k_2)}\{f_{p2}(u,k_2) - f_2(u,x,t)\} + \{Q_{i1} f_{i1}(u) - Q_{e1} f_1\} + k_2\left\{\frac{k_3}{k_0}\left(1-\frac{k_1}{k_0}\right) + \frac{1}{2}\left(1-\frac{k_3}{k_0}\right)\left(1-\frac{k_1}{k_0}\right)\right\} f_2(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_2(v,x,t)\,dv - k_1\left(1-\frac{k_2}{k_0}\right) f_1(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_1(v,x,t)\,dv \qquad (2)$$

車線2については

$$\frac{\partial k_2 f_2}{\partial t} + u\frac{\partial k_2 f_2}{\partial x} = k_2\left(\frac{k_1}{k_0}\right)\left(\frac{k_3}{k_0}\right)(\bar{u}_2 - u) f_2(u,x,t) + \frac{k_1}{\tau(k_1)}\{f_{p1}(u,k_1) - f_1(u,x,t)\} + \frac{k_3}{2\tau(k_3)}\{f_{p3}(u,k_3) - f_3(u,x,t)\} + k_1\left(1-\frac{k_2}{k_0}\right) f_1(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_1(v,x,t)\,dv + k_3\left(1-\frac{k_2}{k_0}\right) f_3(u,x,t)\int_0^u (v-u) f_3(v,x,t)\,dv - k_2\left\{\left(1-\frac{k_1}{k_0}\right) + \left(1-\frac{k_3}{k_0}\right)\right\} f_2(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_2\,dv \qquad (3)$$

(3)　4車線道路の場合

まず，車線3，車線4は，それぞれ車線2，車線1と等しい条件下にあるから，われわれは車線1と車線2についてのみ方程式をつくればよい。このうち，車線1に対する方程式は，式(2)にまったく等しい。したがって，車線2についてのみ方程式を示すことにする。

$$\frac{\partial k_2 f_2}{\partial t} + u\frac{\partial k_2 f_2}{\partial x} = k_2\left(\frac{k_1}{k_0}\right)\left(\frac{k_3}{k_0}\right)(\bar{u}_2 - u_2) f_2(u,x,t) + \frac{k_1}{\tau(k_1)}\{f_{p1}(u,k_1) - f_1(u,x,t)\} + \frac{k_3}{2\tau(k_3)}\{f_{p3}(u,k_3) - f_3(u,x,t)\} + k_1\left(1-\frac{k_2}{k_0}\right) f_1(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_1(v,x,t)\,dv + k_3\left\{\frac{k_4}{k_0}\left(1-\frac{k_2}{k_0}\right) + \frac{1}{2}\left(1-\frac{k_2}{k_0}\right)\left(1-\frac{k_4}{k_0}\right)\right\} f_3(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_3(u,x,t)\,dv - k_2\left\{\left(1-\frac{k_1}{k_0}\right) + \left(1-\frac{k_3}{k_0}\right)\right\} f_2(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_2\,dv \qquad (4)$$

(5)　5車線(以上)道路の場合

5車線あるいはそれ以上の車線数$n\,(\geqq 5)$を持つ道路については，同じ方程式系によって解析が可能である。まず，車線1に対する方程式であるが，これは式(2)によって与えられる。車線2については，4車線道路の場合と条件が等しいので，式(4)をそのまま用いればよい。次に，車線3であるが，これについては，条件が既に扱ったものとは異なっているので，新たに方程式を展開する必要がある。

$$\frac{\partial k_3 f_3}{\partial t} + u\frac{\partial k_3 f_3}{\partial x} = k_3\left(\frac{k_2}{k_0}\right)\left(\frac{k_4}{k_0}\right)(\bar{u}_3 - u) f_3(u,x,t) + \frac{k_2}{2\tau(k_2)}\{f_{p2}(u,k_2) - f_2(u,x,t)\} + \frac{k_4}{2\tau(k_4)}\{f_{p4}(u,k_4) - f_4(u,x,t)\} + k_2\left\{\left(\frac{k_1}{k_0}\right)\left(1-\frac{k_3}{k_0}\right) + \frac{1}{2}\left(1-\frac{k_1}{k_0}\right)\left(1-\frac{k_3}{k_0}\right)\right\} f_2(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_3(v,x,t)\,dv + k_4\left\{\frac{k_5}{k_0}\left(1-\frac{k_3}{k_0}\right) + \frac{1}{2}\left(1-\frac{k_3}{k_0}\right)\left(1-\frac{k_5}{k_0}\right)\right\} f_4(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_4(v,x,t)\,dv - k_3\left\{\left(1-\frac{k_2}{k_0}\right) + \left(1-\frac{k_4}{k_0}\right)\right\} f_3(u,x,t)\int_0^u (u-v) f_3(v,x,t)\,dv \qquad (5)$$

〔参考文献〕1) Payne: A critical review of a macroscopic freeway model　2) Phillips: A new continuum model for traffic flow