

渦糸モデルによる抗力算定法について

名古屋工業大学 学生員 ○角南安紀
 名古屋工業大学 仲根千年
 名古屋工業大学 正員 喜岡 渉
 名古屋工業大学 正員 細井正延

1. はじめに 波動場に置かれた構造物の抗力を正確に見積ることは、構造物の共振特性や動的応答特性を予測する上でも重要である。振動流中の物体に働く抗力の有効な算定法としては、2つに大別できる。1つは、Navier-Stokes の方程式の有限差分近似解法であり、もう1つは、物体まわりの流れをポテンシャル流れと仮定し、物体の両側から発生する剥離層を渦糸の配列によって表現する方法(渦糸モデル)である。後者の方法は前者と較べて、応用が容易で計算時間が短かく、かつ解析結果にも物理的解釈が与えられるなど採用上優れていると考えられる。本研究は、この渦糸モデルを用いて、従来考慮されなかった渦の消散効果および後流の境界条件の処理などに若干の検討を加え、振動流中におかれた円柱に働く抗力を理論的に調べることにより、柱体の共振特性や揚力変動を説明するための基礎資料を得ようとするものである。

2. 渦糸モデルの解析理論¹⁾ 図-1に示すように、ポテンシャル流れの中に置かれた円柱を仮定し、主流中にN個の任意の強さの渦糸が配置されているとする。このとき、流れの速度ポテンシャル w は次式のように表わせる。

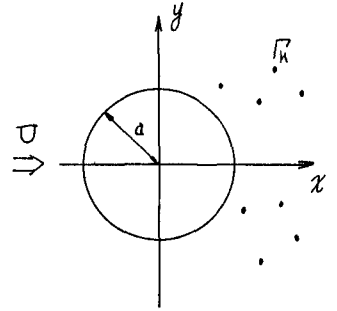


図-1 座標系

$$w = U \left(z + \frac{a^2}{z} \right) - \frac{i}{2\pi} \sum_{k=1}^N \Gamma_k \log(z - z_k) + \frac{i}{2\pi} \sum_{k=1}^N \Gamma_k \log \left(z - \frac{a^2}{z_k} \right) - \frac{i}{2\pi} \sum_{k=1}^N \Gamma_k \log z \quad (1)$$

また、任意の点 $z = z_0$ における流速は次式を用いて容易に導ける。

$$u - i v = \frac{dw}{dz} \Big|_{z=z_0} \quad (2)$$

式(1)に含まれる未知量のうち、境界層を通過して発生する循環量 Γ は、次式により与えられる。(δ は境界層の厚さを表わす。)

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \int_0^\delta \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) u \, dy \quad (3)$$

δ が十分小さく、 $\partial v/\partial x \ll \partial u/\partial y$ の場合、式(3)は次式で近似される。

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \frac{1}{2} U^2 \delta \quad (4)$$

また、もう1つの未知量である渦糸の初期位置、つまり剥離点の位置の決定には次式のように定常流の定義を便宜的に用いる。

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0 \quad (5)$$

次に、発生した渦糸の減衰機構は、渦の消散が拡散方程式に支配されるとして次式のように表示する。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \delta^2 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) \quad : r > 0 \quad t = 0 \text{ のとき } \frac{\partial \omega}{\partial t} = \begin{cases} \Gamma_0/2\pi & : r = 0 \\ 0 & : r > 0 \end{cases} \quad (6)$$

$z = x + iy = r e^{i\theta}$
z_k : k番目の渦糸の座標
\bar{z}_k : k番目の渦糸の鏡像
a : 円柱半径
U : 主流の流速
U_b : 剥離点での境界層の引剥流速
Γ_k : k番目の渦糸の循環
Re : レイノルズ数

図-2 記号の説明

この解は、 $\delta^2 = 1/Re$ として次式のように表わされる。

$$\omega(r, t) = \frac{\Gamma_0}{4\pi t} Re e^{-Re r^2/4t} \quad (7)$$

これまでのモデル²⁾では、剥離点より下流の円柱背後で、渦が v きおとした速度に対して *no-slip* 条件が満たされていなかったが、*rear-shear-layer* (後流せん断層)を導入することにより満足させることができる。*rear-shear-layer*は外側の流れが回転していることを除けば、境界層と物理的にも同様なものであり、剥離点の位置は境界層の剥離点の位置の関数として次式のように表わされる。

$$\frac{\theta_s^f - \theta_m^f}{\theta_0 - \theta_m^f} = \frac{\theta_s^r - \theta_m^r}{\theta_m^r - \theta_0} \quad (8) \quad \text{ここには} \begin{cases} \theta_s^f, \theta_m^f: \text{境界層, 後流せん断層の剥離点} \\ \theta_m^f, \theta_m^r: \text{境界層, 後流せん断層の外縁流速が最大の点} \\ \theta_0: \text{境界層, 後流せん断層の外縁流速が零の点} \end{cases}$$

以上述べた解析理論を用いて、渦系モデルによる流況のシミュレートができる。すなわち、式(5)で求めた剥離点から渦が発生し、式(3)あるいは式(4)で求めた循環の強さをもって、境界層を通過して流れ出す。その速度は式(2)に準じて求められ、渦点の位置が計算できる。

3. 計算方法

数値計算の手順は図-4に示したフローチャートの通りである。対象とする円柱と流体場の座標は図-3に示すように半径 a の円柱の円周を 100 に分割し、動径方向には 50 のメッシュを切って、極座標 (θ_i, r_j) を用いて表わしており、初期値については $r_1 = 0, \theta_1 = 0, \theta_{B1} = 2\pi$ としている。計算プログラムは時間ステップ Δt ずつ進行し、 K は 0 から 1 ずつ増加するものとし、 t_0 は初期時間を表わしている。最初の計算ステップでの流速分布の算定には、岩垣・石田³⁾による波動場の層流境界層方程式の解が適用できるが、ここでは、非定常境界層方程式を有限差分法を用いて積分することにより求めた。流速分布がわかれば剥離角が決定でき、発生渦度は渦点として外流に流れ込む。次に主流の流速に、渦点が他のすべての渦点によって v きおこされる流速を加えて、その渦点の流速が求まる。渦点の分布が決まれば圧力分布が求められる。

圧力係数 C_p 、せん断力 τ はそれぞれ、

$$C_p = 2(p^* - p_0^*)/\rho U^2, \quad \tau = 2\tau^*/\rho U^2 \quad (*) \text{は次元量} \quad (9)$$

と表わされ、これらを用いて抗力係数 C_D は次式のように導ける。

$$C_D = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_p \cos\theta \cdot a d\theta + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \tau \sin\theta \cdot a d\theta \quad (10)$$

なお、結果については現在計算中であり、講演時に考察とあわせて発表する。

参考文献

- 1) Marshall, Deffenbaugh: Separated flow over bodies of revolution using an unsteady discrete vorticity cross wake, NASA Contractor Report CR-2414 (1974)
- 2) 例えば、榎木・中村: Analytical study of wave force on a cylinder in oscillatory flow, Coastal Structure (1979)
- 3) 岩垣・石田: 波動により円柱上に発達する3次元層流境界層について, 海構論文集 (1975)

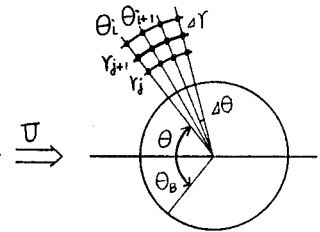


図-3 格子点

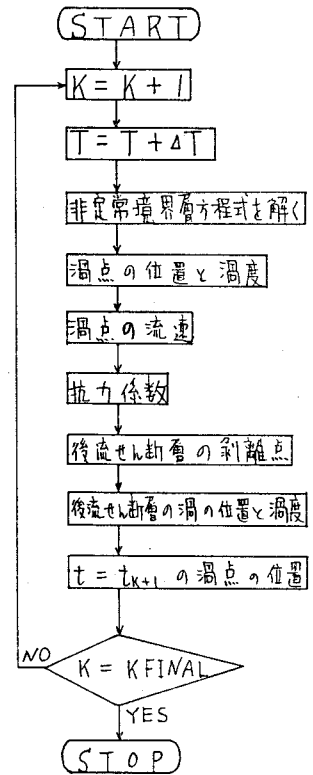


図-4 フローチャート