II — 9

# 一様傾斜海浜場での海浜流系の基本解について

岐阜大学工学部　正会員　　安田孝志
岐阜大学工学部　学生員　○浜中実

1．緒　言　　海浜流系理論の確立は，沿岸海域における輸送現象の究明に必須である。ここでは，任意形状の海浜における海浜流の解も，一様海浜場における基本解を基にして構成されるという観点から，海浜流系に関わる各因子間の大小関係を明瞭にし，その大小関係に応じて自明解および分岐解を導き，一様海浜場での海浜流系の基本構造を明らかにする。

2．一様海浜場における基礎方程式　　一様傾斜海浜場での斜め入射波による海浜流を考えることとし，座標を図-1のように定め，砕波帯内外の入射波に対してすでに著者らが行っている仮定[1]をこの場合にも適用すれば，満足すべき方程式は質量および運動量に関する保存式のみとなる。いま，入射波のオーダーがσおよびそれに伴う海浜流の流速U，Vおよびset-up & down $\bar{\eta}$のオーダーがεでそれぞれ表されるとすれば，

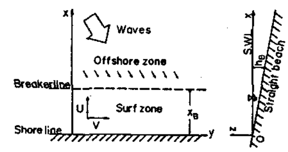

図-1　座標および記号の説明

$$\left[\quad U=\varepsilon U^*,\quad V=\varepsilon V^*,\quad \bar{\eta}=\varepsilon\bar{\eta}^*,\quad \sigma=\gamma^2 G\quad\right]$$

となる。ここに，$\gamma=(H/d)_B$，$G=(1/k^4)\left[-(E/K)\{3(E/K)+2k^2-4\}+k^2-1\right]\Big|_B$，KおよびE；第1種および第2種完全楕円積分，およびk；楕円積分の母数。なお，添字Bは砕波点での諸量およびasterisks＊はオーダーを持たない量であることを示す。これより，海浜流系の基本解が満足すべきSurf-zoneにおける基礎方程式は次式のようになる。

連続式；$\varepsilon\left(\frac{\partial}{\partial x}dU^*+\frac{\partial}{\partial y}dV^*\right)+\sigma\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{2}d^{3/2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{2}d^2\theta_B\right)\right\}=0$ (1)

x方向運動量方程式；$\varepsilon^2\left(\frac{\partial}{\partial x}dU^{*2}+\frac{\partial}{\partial y}dU^*V^*\right)+\sigma^2\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{4}d^2\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{4}d^{5/2}\theta_B\right)\right\}+\varepsilon\sigma\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-d^{3/2}U^*\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{1}{2}d^{3/2}\left(\theta_B d^{1/2}U^*-V^*\right)\right\}\right]+$
$\sigma\left[\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{1}{6}d^2\left(\theta_B^2 d+3\right)\right\}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{3}d^{5/2}\theta_B\right)+C\gamma Bd\left(\frac{1}{2}\theta_B^2 d-1\right)\right]+\varepsilon\left\{C\gamma Bd^{1/2}\left(2U^*+\theta_B d^{1/2}V^*\right)\right\}=-\varepsilon d\frac{\partial\bar{\eta}^*}{\partial x}$ (2)

y方向運動量方程式；$\varepsilon^2\left(\frac{\partial}{\partial x}dU^*V^*+\frac{\partial}{\partial y}dV^{*2}\right)+\sigma^2\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{4}d^{5/2}\theta_B\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{4}d^3\theta_B^2\right)\right\}+\varepsilon\sigma\left[\frac{\partial}{\partial x}\left\{-\frac{1}{2}d^{3/2}\left(V^*-\theta_B d^{1/2}U^*\right)\right\}+\right.$
$\left.\frac{\partial}{\partial y}d^2\theta_B V^*\right]+\sigma\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{3}d^{5/2}\theta_B\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{1}{2}d^2\left(\theta_B^2 d+\frac{1}{3}\right)\right\}+C\gamma Bd\left\{\frac{1}{2}\theta_B d^{1/2}\left(1+\theta_B^2 d\right)-\frac{1}{2}\theta_B d^{1/2}\right\}+\varepsilon\left[C\gamma Bd^{1/2}\left\{\left(1+\theta_B^2 d\right)V^*+\theta_B d^{1/2}U^*\right\}\right]=-\varepsilon d\frac{\partial\bar{\eta}^*}{\partial y}$ (3)

ここに，$d\fallingdotseq(h+\bar{\eta})/(h+\bar{\eta})_B$，C；海底摩擦係数，およびB；海底での水粒子速度のr.m.s.である。

同様に，Offshore-zoneにおける基礎方程式は次式で表される。

連続式；$\varepsilon\left(\frac{\partial}{\partial x}dU^*+\frac{\partial}{\partial y}dV^*\right)+\sigma\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{2}d^{-1}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{2}\theta_B d^{-1/2}\right)\right\}=0$ (4)

x方向運動量方程式；$\varepsilon^2\left(\frac{\partial}{\partial x}dU^{*2}+\frac{\partial}{\partial y}dU^*V^*\right)+\sigma^2\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{4}d^{-3}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{4}d^{-5/2}\theta_B\right)\right\}+\varepsilon\sigma\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-d^{-1}U^*\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{1}{2}d^{-1}\left(d^{1/2}\theta_B U^*-V^*\right)\right\}\right]+$
$\sigma\left[\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{1}{6}d^{-1/2}\left(3-d\theta_B^2\right)\right\}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{3}\theta_B\right)+C\gamma_B Bd^{-11/4}\left(\frac{1}{2}d\theta_B^2-1\right)\right]+\varepsilon\left\{C\gamma_B Bd^{-3/4}\left(2U^*+d^{1/2}\theta_B V^*\right)\right\}=-\varepsilon d\frac{\partial\bar{\eta}^*}{\partial x}$ (5)

y方向運動量方程式；$\varepsilon^2\left(\frac{\partial}{\partial x}dU^*V^*+\frac{\partial}{\partial y}dV^{*2}\right)+\sigma^2\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{4}d^{-5/2}\theta_B\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{4}d^{-2}\theta_B^2\right)\right\}+\varepsilon\sigma\left[\frac{\partial}{\partial x}\left\{-\frac{1}{2}d^{-1}\left(V^*-d^{1/2}\theta_B U^*\right)\right\}+\frac{\partial}{\partial y}\left(d^{-1/2}\theta_B V^*\right)\right]+$
$\sigma\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{3}\theta_B\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{1}{2}d^{-1/2}\left(d\theta_B^2+\frac{1}{3}\right)\right\}+C\gamma_B Bd^{-11/4}\left(\frac{1}{2}d\theta_B^2\right)\right]+\varepsilon\left[C\gamma Bd^{-3/4}\left\{\left(1+d\theta_B^2\right)V^*+d^{1/2}\theta_B U^*\right\}\right]=-\varepsilon d\frac{\partial\bar{\eta}^*}{\partial y}$ (6)

3．海浜流系の基本解　　海浜流系の基本解を求めるという観点から，線形演算のわく内で前述の基礎方程式を扱う。一様傾斜海浜場での海浜流として，σ＝εおよびσ＞εの場合を考え，このときの入射波のradiation応力分布に直接支配される自明解およびそれに独立な分岐解を$O(\theta_B)$で導く。

i)　σ＝εの場合の自明解　　このときのd＝0においてU＝V＝0となる砕波帯内での解は次式となる。

$$U=\sigma d^{1/2}/2 \quad , \quad V=-\sigma\theta_B d/2+(5\sigma\theta_B m d)/6C\gamma B \quad , \quad \overline{\eta}=-\sigma m x \tag{7}$$

ここに，$m$；傾斜勾配である。同様に，式(2)から$d\to\infty$において$U\to 0$および$V\to 0$となる解を導けば，次式を得る。

$$U=\sigma d^{-2}/2 \quad , \quad V=-\sigma\theta_B d^{-3/2}/2 \quad , \quad \overline{\eta}=-8\sigma C\gamma B d^{-19/4}/19 \tag{8}$$

以上より，この場合の解の構成に必須な因子は，radiation応力およびset-upであり，2次因子として，海底摩擦および質量輸送が関わってくることがわかる。

ii) $\sigma=\varepsilon$の場合の分岐解　質量の保存則を満足する輸送流れ関数を導入してこのときの砕波帯内の基礎方程式を表せば，次式のようになる。

$$C\gamma B\{3md^{-1/2}\psi_x/2-2d^{1/2}\psi_{yy}+\theta_B(2d\psi_{yy}+m\psi_y)\}=5\sigma\theta_B m^2 d^{3/2}/12 \tag{9}$$

式(9)の解として$\theta_B$を展開パラメータとしたせつ動解$\psi=\psi_1+\theta_B\psi_2+\cdots\cdots$を仮定すれば，$d=0$において$\psi=0$を満足する解は次式のように導かれる。

$$\psi=\sum_{n=1}^{\infty}A_0\Big[X+\sum_{n=2}^{\infty}\{(3/2)^{n-1}/\prod_{m=1}^{n-1}m(m+1)+2\lambda^2(3/2)^{n-3}/\prod_{m=1}^{n-2}(m+1)(m+2)\}X^n\Big]\sin(\lambda y+\delta)+\theta_B A_0\{X^3+\sum_{n=0}^{\infty}B_n X^{n+5/2}\cos(\lambda y+\delta)\} \tag{10}$$

ここに，$B_n$は$n$に依存する定数である。なお，砕波帯外での解を示せば次式となる。

$$\psi=A_0\Big[1+\sum_{\ell=1}^{\infty}(8\lambda^2)^{\ell}X^{2\ell}/\{2\prod_{i=0}^{\ell-1}(\ell-i)(8\ell-4i+17)\}\Big]\sin(\lambda y+\delta_1)+\theta_B\sum_{n=0}^{\infty}P_n X^{n+3/2}\cos(\lambda y+\delta_2) \tag{11}$$

iii) $\sigma>\varepsilon$の場合の自明解　このときの砕波帯内の解のみを示せば次式となる。

$$U=\sigma d^{1/2}/2 \quad , \quad V=\{5m(1-\beta)m/6C\gamma B-\sigma/2-10\sigma m\theta_B^2\beta d/9C\gamma B\}\theta_B d \quad , \quad \overline{\eta}=\overline{\eta}_{max}-\beta\{d+d_s+2\theta_B^2(d^2-d_s^2)/3\} \tag{12}$$

ここに，$\beta=\sigma/(1+\sigma)$，$\overline{\eta}_{max}$；$d=d_s$における$\overline{\eta}$である。これから，自明解に関しては，$\sigma$と$\varepsilon$の大小関係に応じて解の特性が変化するということはなく，水深変化にその影響が現われるに過ぎないことがわかる。

iv) $\sigma>\varepsilon$の場合の分岐解　波と流れの相互干渉を無視した場合の砕波帯内の解は次式となる。

$$\begin{aligned}\psi=&A_0\Big[1+\sum_{\ell=1}^{\infty}(4\lambda^2)^{\ell}\prod_{n=1}^{\ell}\{m(2n-1)-4C\}X^{2\ell}/\{\prod_{n=1}^{\ell}16mn^2(n-1)^2-16Cn(2n-1)-6(m-4C)n\}\Big]\sin(\lambda y+\delta)+\theta_B(1-\beta)^2m^2X^3/4+\\&A_0\Big(2\lambda(8Cm^{1/2}+4m^{3/2})X^{3/2}/\{3(7m+32C)\}+\sum_{\ell=1}^{\infty}\Big[\Big(\prod_{i=1}^{\ell}\{4m(4i+1)-32\}/\{\prod_{i=1}^{\ell}m(4i+3)(4i+1)(4i-1)-3m(4i+3)-16(4i+3)\cdot\\&(i+1)C\}\Big)\{8\lambda^{2\ell+1}(2C+m)m^{1/2}\}/\{3(7m+32C)\}+2(4\lambda^3m^{3/2}N_{\ell-1}+\lambda N_\ell\{8Cm^{1/2}(4\ell-1)-m^{3/2}(4\ell-2)^2\}/\{m(4\ell+3)(4\ell+1)\cdot\\&(4\ell-1)-3m(4\ell+3)-16(4\ell+3)(\ell+1)C\}+\sum_{k=2}^{\ell}2(4\lambda^3m^{3/2}N_{k-2}+\lambda N_{k-1}\{8Cm^{1/2}(2k-1)-m^{3/2}(2k-2)^2\}\prod_{i=k}^{\ell}\{4m(4i+1)-32C\}\lambda^2)/\\&\prod_{i=k-1}^{\ell}\{m(4i+3)(4i+1)(4i-1)-3m(4i+3)-16(4i+3)(i+1)C\}\Big)\Big]X^{2\ell+3/2}\Big)\cos(\lambda y+\delta)\end{aligned} \tag{13}$$

これから，相互干渉を無視した場合にも分岐解は存在し，海底摩擦項はこのときの解の存在にとって必ずしも必須ではないことがわかる。また，相互干渉を無視しているにも拘わらず，前述の式(10)の解に比べてこのときの解がこのように複雑になる原因は，$O(\varepsilon\sigma)$で生じる波の質量輸送項を媒介とした慣性項によって方程式の階数が3階となったことにあると思われる。このように考えれば，分岐解の存在には，radiation応力に動的に平衡する海底摩擦項あるいは質量輸送項を媒介とした慣性項が必須であるが，基本解を得るという立場からすれば，$O(\sigma=\varepsilon)$の解で十分と言える。なお，相互干渉を考慮した場合の解については，紙面の都合で割愛する。

## 4. 結語

以上，本研究では，基本解を基にして任意場での海浜流系の解を構成するという観点から，基本解の誘導を試みたが，解の表示式は極めて複雑となり，なお簡略化の余地のあることがわかった。同時に，本研究によって，海浜流系の解の基本的構造はradiation応力，水深変化および海底摩擦項によって決定され，質量輸送項を媒介とした慣性項は分岐解に対しても2次的因子であることがわかった。今後は，これらの成果を基にした基本解の誘導を試みて行きたい。

参考文献

1) 土屋・安田・片山：離岸流の理論(2) ―斜め入射の場合―，第27回海講論文集，1980．