

岐阜大学 正員 守田孝志, 〇学生員 篠田成郎

1. 緒言 近年, 海域利用, 特に高波浪が采襲する外洋に直接面した沿岸海域の利用が盛んとなり、これに伴い海岸波浪の動力学的基礎を明らかにし, その合理的な表示法を確立することが海岸工学上の緊急課題となつてきており, 海岸波浪のシミュレーションおよび実験によるその再現は, 海岸波浪の時系列特性を探るためにも必須となっている。ここでは, ソリトンスパクトル理論を基にした海岸波浪のシミュレーション手法および実験室内での海岸波浪の再現に必須である造波理論について述べる。

2. 海岸波浪のソリトンスパクトル表示 非線形性が卓越してくる浅海域においては, 非線形性と分散性が平衡することによって, ソリトン成分波とするコヒーレントな力学的秩序, すなわちソリトン構造が形成されていると考えられる。この観点に立つソリトンスパクトル理論より, 各波峰が重なり合っていないという非線形性の海岸波浪の波形状は, ソリトン  $A_i \operatorname{sech}^2 \theta_i$  の重ねりとして次式で表わされる。

$$\eta = \sum_{i=1}^N \eta_i - \eta_0, \quad \eta_i = A_i \operatorname{sech}^2 \theta_i, \quad \eta_0 = -(2/\pi^*) \sum_{i=1}^N \sqrt{A_i/3} \tanh \theta_i \Big|_0^{\pi^*} / C_i \quad (1)$$

ここに,  $\theta_i = \sqrt{3A_i/4} (\alpha/h - C_i t \sqrt{g/h} + \delta_i)$ ,  $C_i = 1 + A_i/2 - 3\eta_0/2$ ,  $\delta_i; \eta_0$  各ソリトンの波峰の座標,  $\pi^*$ ; 海岸波浪の無次元観測時間,  $C_i; \sqrt{gh}$  の速度で移動する動座標での各ソリトンの伝播速度,  $A_i$ ; ソリトンの固有値,  $\eta_0$ ; 波谷面と平均水面との水面差, および  $N$ ; 観測波中のソリトンの個数である。

さて, 図-1は京都大学防災研究所附属大渦波浪観測所の長大橋橋を用いて得られた水深5.7mの地点での現地波浪の観測波形と, その波形から求めた固有値を式(1)によりソリトン合成して得られたソリトン合成波形とを比較したものである。波形の主要部分についてのこの理論の表示精度は極めて良好であり, 少なくとも海岸波浪の波形状の表示法としても実用上の意義を持つと言える。また, ソリトンの固有値  $A_i$  は, 海岸波浪が持つソリトン構造の統計的特性を評価する統計量としても扱うことができる。図-2にその頻度分布, すなわちソリトンスパクトル分布を示す。

3. シミュレーション手法の考え方 著者らは, ソリトンの固有値は海岸波浪の普遍的な統計量であり, 現地波浪の再現に際しては, そのソリトンスパクトルの分布形を満足するソリトンを生じさせることが必須であると考えている。また, ソリトンの間隔については, ソリトンの伝播速度が固有値によってのみ支配されているにも拘らず, ソリトンの相互干渉により, ソリトンの固有値と間隔の相関は無視できないものとなっている。図-3は, 図-1および2で示したソリトンの固有値と間隔の相関分布図である。これらの相関係数は0.5720となっており, 固有値とソリトン間隔の間には若干の相関が見られることがわかる。そこで, ソリトンの間隔は固有値との相関によって決定するものとする。すなわち, ソリトンスパクトルの分布形状およびソリトンの固有値と間隔の相関関係を満足するソリトンの時系列を実現することにより海岸波浪のシミュレーションを行う。以下にその手順を述べる。

まず, 一様乱数の生成により, 任意のソリトンスパクトル分布形を有する固有値を生じさせる。ついで, 図-4に示すように,

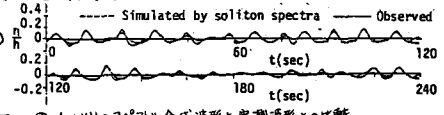


図-1 ソリトンスパクトル合成波形と実測波形との比較

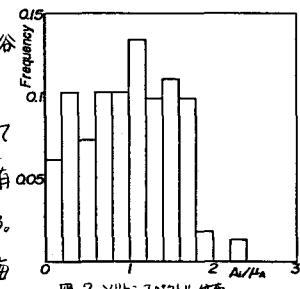


図-2 ソリトンスパクトル分布

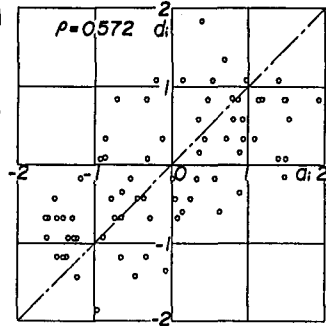


図-3 ソリトンの固有値と間隔の相関分布

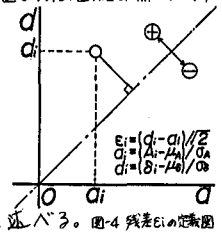


図-4 残差  $E_i$  の定義図

ソリトンの固有値と間隔の相関関係からのずれ、すなわち残差 $\varepsilon$ を次式によって定義する。ただし、固有値 $A_i$ および間隔 $\delta_{in}-\delta_i$ は各々の平均値 $\mu_A, \mu_\delta$ および標準偏差 $\sigma_A, \sigma_\delta$ によって $a_i$ および $d_i$ に正規化されている。

$$\varepsilon_i = (d_i - a_i) / \sqrt{2} \quad (2)$$

中心極限定理により、残差 $\varepsilon_i$ は平均値ゼロの正規分布に従う。さらにその分散 $\sigma_\varepsilon^2$ は、固有値と間隔の相関係数 $\rho$ によって次式のように与えられる。

$$\sigma_\varepsilon^2 = 1 - \rho \quad (3)$$

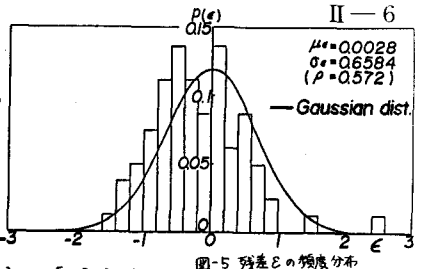


図-5 残差 $\varepsilon$ の頻度分布

図-5は前述の現地波浪に関する残差の確率分布形を示すものである。この場合、ソリトンの数が100程度と少ないこともあって正規分布とは若干異なるが、データ数を増やすことにより正規分布に近づくものと考えられる。また、固有値 $a$ と残差 $\varepsilon$ は統計的に互いに独立であるので、式(2)より間隔 $d$ を一義的に決定することはできない。そこで、 $d$ の集合を $a$ および $\varepsilon$ の和集合として考えることにより $d$ の確率密度関数を求める。 $a$ および $\sqrt{2}\varepsilon$ の確率密度関数はそれぞれ次式で与えられる。

$$f_a(a) = \sum_k p(k) \delta(a - k), \quad f_\varepsilon(\varepsilon) = 1 / (\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_\varepsilon) \cdot \exp[-(\varepsilon^2 / 2\sigma_\varepsilon^2)] \quad (4)$$

こゝに、 $p(k)$ ; ソリトンスパクトル分布および $\delta$ ; Diracのデルタ関数である。いま、 $a$ と $\varepsilon$ は互いに独立であるから、 $d$ の特性関数 $\phi_d(t)$ は、 $f_a(a)$ および $f_\varepsilon(\varepsilon)$ をそれぞれFourier変換して求められる特性関数 $\phi_a(t)$ および $\phi_\varepsilon(t)$ を用いて次式で表わされる。

$$\phi_d(t) = \phi_a(t) \phi_\varepsilon(t) \quad (5)$$

この $\phi_d(t)$ をFourier逆変換すると、 $d$ の確率密度関数 $f_d(d)$ は次式で表わされる。

$$f_d(d) = 1 / (\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_\varepsilon) \cdot \sum_k p(k) \cdot \exp[-(d-k)^2 / (2\sigma_\varepsilon^2)] \quad (6)$$

すなわち、固有値の場合と同様に、この確率密度関数 $f_d(d)$ に従う $d$ を一樣乱数を用いて生成することにより、ソリトンの固有値との相関係数 $\rho$ を有するソリトンの間隔を発生させることができる。さらに、式(1)を用いてソリトン合成を行なえば、所定の固有値分布形を有する海岸波浪の波形を得ることができる。

#### 4. ソリトンスパクトル理論に基づく造波理論

いま、座標を図-6のように定め、 $x=X$ での鉛直面が造波板であるとすれば、波動の場を記述する速度ポテンシャル $\phi$ および水面変動 $\eta$ が満足すべき方程式は次式となる。

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad \phi_t + (\phi_x^2 + \phi_z^2) / 2 + g\eta = 0 \Big|_{z=h+\eta}, \quad \eta_t + \phi_x \eta_x - \phi_z = 0 \Big|_{z=h+\eta}, \quad \phi_z = 0 \Big|_{z=0}; \quad \phi_x = dX/dt \Big|_{x=X} \quad (7)$$

このときの造波板の運動によって前述の式(1)で表示される水面変動が生じたとすれば、 $K-dV$ 方程式のオーダーにおける速度ポテンシャル $\phi$ は式(7)から直ちに導かれ、さらに造波板の位置 $X=f(t)$ が次式で与えられることになる。

$$X/h = \int_0^{t^*} \left[ \sum_{i=1}^N A_i \operatorname{sech}^2 \{ (\sqrt{3} A_i / 2) (X/h - C_i t^* - \delta_i) \} - \eta_0 \right] dt^* \quad (8)$$

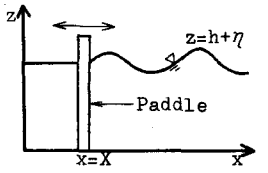


図-6 座標と造波板位置

したがって、所定の海岸波浪を水槽内に再現するには、前述の手法を式(8)に適用して $X(t^*)$ を決定し、これを造波機の入力信号とすればよいことになる。

#### 5. 結語

以上、ソリトンスパクトル理論を用いた場合、海岸波浪を粒子として扱うために、前後の波の相関性を表わす遷移行列が不用となり、シミュレーションにおける統計的手法が大幅に簡略化されると同時に、この理論がカ学理論であるために造波問題を流体力学的に扱えることを示した。

参考文献 1) 土屋教人・安田寿志・山下隆男・武山保徳: 海岸波浪のソリトンスパクトル表示, 第29回海岸工学講演論文集, 1982, pp.41-45.  
 2) 藤田成郎・土屋教人・安田寿志: 海岸波浪のカ学的構造とその統計的特性について, 第37回工学会年次学術講演会, 1982