

金沢大学 工学部 正会員 石田 啓
金沢大学 大学院 学生員 ○細貝隆司

1. 緒言 著者らはすでに、伝達マトリックス法による柱状構造物の波浪振動計算法を提示したが、伝達マトリックス法は、外力が正弦波の重ね合わせで表現できる場合にのみ適用できるものであった。本研究では、任意の外力の場合に適用するため、構造特性マトリックスを用いた振動解析法を提示し、さらに、その計算結果を実験値と比較して、計算方法の妥当性を検討する。

2. 計算方法 図1(a)は、下端部にバネを取り付けた円柱を、7つの梁要素に分割したものであり、(b)は、1つの梁要素をとり出したものである。梁要素は曲げ変形のみを考慮するため、各節点の自由度は、 x 方向の変位と回転角の2つとなる。節点 i, j からなる梁要素のため形 $u(x)$ は、 $u(x) = y_1(x)u_i + y_2(x)u_j + y_3(x)\theta_i + y_4(x)\theta_j$ と表示され、ここに、 $y_1(x) = 1 - 3(\frac{x}{l})^2 + 2(\frac{x}{l})^3$, $y_2(x) = 3(\frac{x}{l})^2 - 2(\frac{x}{l})^3$, $y_3(x) = x\{1 - (\frac{x}{l})^2\}$, $y_4(x) = (\frac{x^3}{l})\{(\frac{x}{l}) - 1\}$ である。 u_i, θ_i, u_j および θ_j は、それぞれ、節点 i および j の変位と回転角であり、 $y_n(x)$ は形状関数である。この梁要素の強制振

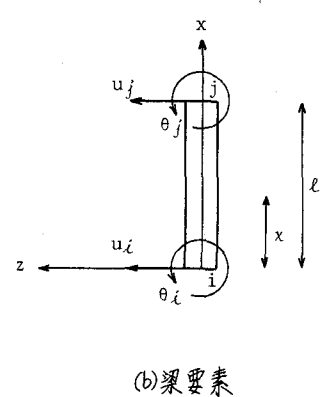


図1 円柱のモデル化

動の運動方程式は、 $[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u = F \cdots (1)$ となる。ここに、 u は、 $u = [u_i, \theta_i, u_j, \theta_j]^T$ で与えられる節点の変位ベクトルであり、 $\dot{u}$ および $\ddot{u}$ は、その速度ベクトルおよび加速度ベクトルである。また、 F は、 $F = [P_i, M_i, P_j, M_j]^T$ で与えられる外力ベクトルであり、 P_m および M_m は、節点 m に加わる力とモーメントである。また、 $[M], [C]$ および $[K]$ は、それぞれ、質量マトリックス、減衰マトリックスおよび剛性マトリックスであり、

$$[M] = \bar{m}l \begin{bmatrix} \frac{13}{35}, & \frac{11}{420}l, & \frac{9}{70}, & -\frac{13}{420}l \\ & \frac{1}{105}l^2, & \frac{13}{420}l, & -\frac{1}{140}l^2 \\ & & \frac{13}{35}, & -\frac{11}{210}l \\ & & & \frac{1}{105}l^2 \end{bmatrix}, [C] = \frac{\bar{c}}{\bar{m}}[M], [K] = \frac{2EI}{l^3} \begin{bmatrix} 6, & 3l, & -6, & 3l \\ & 2l^2, & -3l, & l^2 \\ & & 6, & -3l \\ & & & 2l^2 \end{bmatrix} \cdots (2)$$

となる。ここに、 EI は曲げ剛性、 $\bar{m}$ および $\bar{c}$ は単位長当たりの質量および減衰係数である。なお、本数値計算では、減衰係数は水の粘性減衰係数のみを考慮し、バネの部分の質量および粘性減衰は無視する。振動計算には、ニューマーク β 法を用い、 $\beta = 0.25$ とし、時間ステップは $\Delta t = 0.005$ secとした。

3. 計算結果および考察 計算および実験に用いた円柱は、直径4.0cmで長さ60cm、バネの曲げ剛性は $EI = 192.8 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$ 、水梁は40cmである。図2は、計算に用いる u および $\dot{u}$ の初期値を種々変えた場合、円柱頂部の振動変位がどう変わるかを調べたものである。用いた波の周期は $T =$

0.9 sec, 波高は $H=4.0\text{ cm}$ である。 図中, (I)実線, (II)破線および(III)一点鎖線は, それぞれ, (I) $t=0\text{ sec}$ を波の峰の位相とし, 従来の伝達マトリックス法による計算値を初期値とした場合, (II) $t=0\text{ sec}$ を波の峰の位相とし, $u=\dot{u}=0$ を初期値とした場合, (III) $t=0\text{ sec} \sim t=0.45\text{ sec}$ の範囲で便宜上, 水面変動 $\eta=(1/4) \cdot \{\cos(2\pi/\tau)t-1\}$ の波を用いた場合である。 なお, 波力式であるモリソン公式には, 微小振幅波理論を用い, 付加質量係数は $K=1.0$ とした。 この時, 水中における固有振動周期は $T_0=0.65\text{ sec}$ となる。 図より, (I)の場合, 振動変位は, $t=0\text{ sec}$ からほぼ正弦波形となっている。 したがって, 定常状態における振動波形を求めるには, 伝達マトリックス法による初期値を用いると便利である。 (II)および(III)の場合, 両者とも $t=0\text{ sec} \sim t=5.0\text{ sec}$ の範囲で初期値の影響が強く加わり, (I)に比べ, その振動波形は著しく異なる。 しかし, $t=10.0\text{ sec}$ 以後は, 3者の振動波形はほぼ一致する。 すなわち, 初期値の違いにかかわらず, 時間の経過に従って, 振動波形が定常的になることがわかる。 図3は, 変位の計算値と実験値とを比較したものである。 縦軸は, 変位 ξ を実験値の最大変位 $\xi_{\max}$ で割った値であり, 横軸は, $t=0\text{ sec}$ が波の峰の位相であるが, 初期値は, 実験の場合および計算時共に, $u=\dot{u}=0$ とした。 図中, 実線および破線は, それぞれ, 計算値および実験値である。 また, モリソン公式には, ストークス波理論を用い, $K=1.0$ とした。 $T_0=0.80\text{ sec}$ である。

(a)は, $T=0.92\text{ sec}$, $H=4.08\text{ cm}$ の場合であり, 振動変位の計算値は, 一端大きくなった後一定になるが, 実験値との位相のずれが見られる。 (b)は, $T=1.18\text{ sec}$, $H=4.60\text{ cm}$ の場合であり, 計算値が実験値に比べ, やや小さいが, 両者の振動波形はほぼ一致している。 最後に, 実験値と計算値との相違の原因については, 今後さらに, 減衰係数や付加質量係数の値を種々変えた検討をする必要がある。

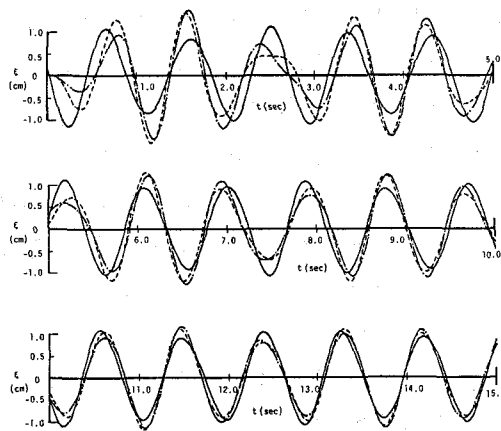
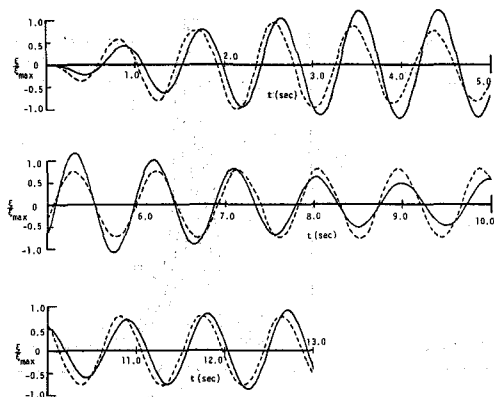
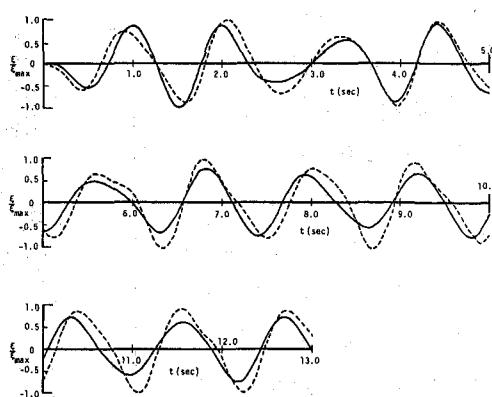


図2 初期値の違いによる円柱頂部の振動変位の時間変化

<参考文献> 1) Ray W. Clough · Joseph Penzien; Dynamics of Structures
2) 戸川年人; 有限要素法による振動解析



(a) $T=0.92\text{ sec}$, $H=4.08\text{ cm}$, $\xi_{\max}=4.9\text{ cm}$



(b) $T=1.18\text{ sec}$, $H=4.60\text{ cm}$, $\xi_{\max}=1.98\text{ cm}$

図3 円柱頂部の振動変位に関する実験値と計算値との比較