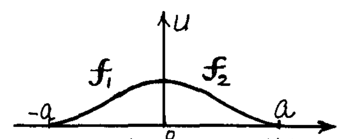
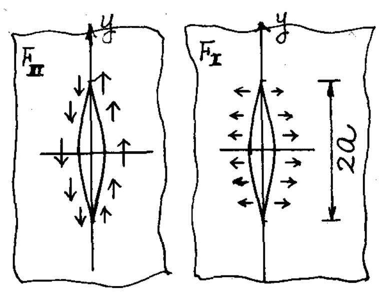
平面応力場のき裂を特異曲面法で解析する方法について

岐阜大学工学部　学生員　○堀　晃芳
岐阜大学工学部　学生員　水尾和久
岐阜大学工学部　正会員　中川建治

1　目的　直線状のき裂を有する平板の平面応力問題を特異曲面法で解析する方法を検討するのが本研究のテーマである。従来の解析解によると，図－3に示すようなx方向に一様な引張り応力を受ける平板がy軸上にき裂を持つ場合は，き裂先端部のσ_xは無限大となる。これは現実には不合理であるから，き裂の開口部の変位の不連続性を如実に表現し得る重調和関数（特異曲面）を導いて，これを重ね合せることによってき裂周辺の応力分布を表現する解法を提案する。この解法によるとき裂先端部分の応力集中は有限である（図－4　参照）。



図－1　開口部の相対変位



せん断き裂のv　引張りき裂のu

図－2. 要素き裂の開口部

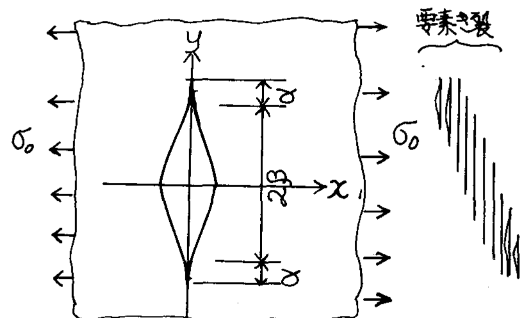
2　特異曲面　き裂の開口相対変位を図－1と式(1)に示すように3次式で仮定する。

$$
\begin{aligned}
f_1(y) &= -2y^3-3ay^2+a^3 \\
f_2(y) &= 2y^3-3ay^2+a^3
\end{aligned}
\qquad \text{- - - - (1)}
$$

無限板でy軸上$(-a<y<a)$区間にのみき裂が存在して，その開口部にσ_x（開口部の外力）が作用して開口変位が式(1)に従っているような弾性解を要素き裂その1　F_Iとする（図－2）。

同様な弾性板で開口部にせん断外力τ_{xy}が作用してy方向相対変位が式(1)に従う場合の解を要素き裂その2　F_{II}とする（図－2，左）。

特異曲面F_I，F_{II}の詳細は省略する。



図－3　解析対象のき裂と要素き裂の重ね方
2β：$\sigma_x=0$部分
2α：変位u存在，σ_x制約なし（塑性域）

3　解析例　一様引張り$\sigma_0=1$を受ける無限板に要素き裂その1　F_Iを平行移動させつつ図－3右側のように重ね合せるとy軸上　$|y|<\alpha+\beta$に開口を持つ板の2次元問題を表現し得る。開口部の$|y|\leq\beta$区間は最小自乗法によって$\sigma_x=0$として，領域　$\beta<|y|<\beta+\alpha$は応力度に何の制約も付けず，伸びの大きな塑性域相当の部分とみなした。この部分はσ_{yield}に拘束することも可能である。結果を以下に掲げる。

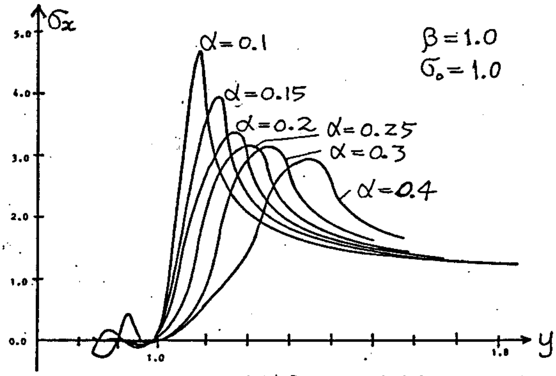


図-4 y軸上のき裂先端部の応力集中(図-3の解)

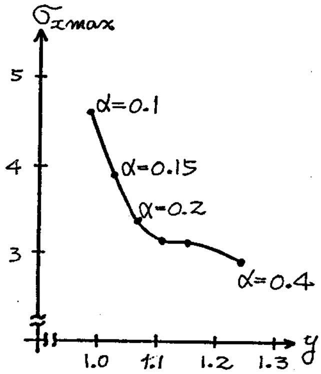


図-5 y軸上の$\sigma_{x max}$ (図-3の解)

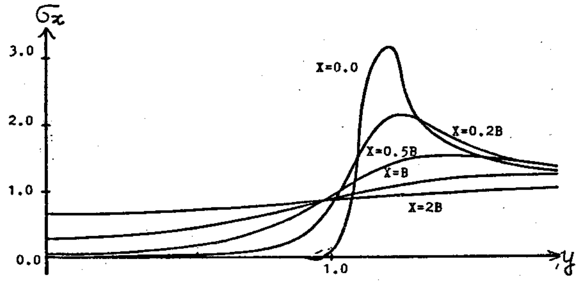


図-6 y軸に平行な線上のσ_xの緩和状況

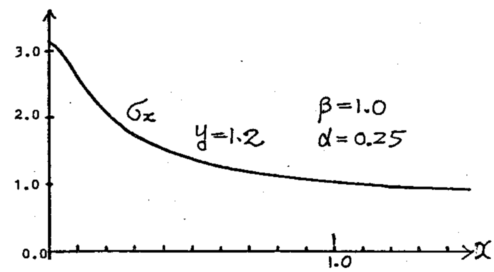


図-7 y=1.2上のσ_x

4 解析例 その2　自由辺を持つ半無限板が自由辺上で直角方向にき裂を持つ場合の引張り問題は，図-8 に示す方法によって近似的に扱い得る。x，y軸上に夫々き裂を設けて要素き裂その1 解を重ね合せて，y軸上 $|y|<\beta_1$ 上で $\sigma_x=0$，x軸上 $|x|<\beta_2$ で $\sigma_y=0$ とする。τ_{xy}は自動的に0となる。y軸上のき裂に対してx軸上のき裂の長さを十分大きくする($\beta_2/\beta_1=10$)と，目的とする自由辺のき裂の応力分布を表現し得る。図-9は y軸上のき裂線上の応力集中を示したものである。

本研究は下記の研究の一環であるが，徳島大学工学部の児嶋助教授の助言に依るところが大きい。

文献　三品，堀，中川；降伏線状のクラックを持つ単純支持無限板の曲げモーメント分布に関する研究，土木学会 第36回年次学術講演会 概要集 第1部 p83.

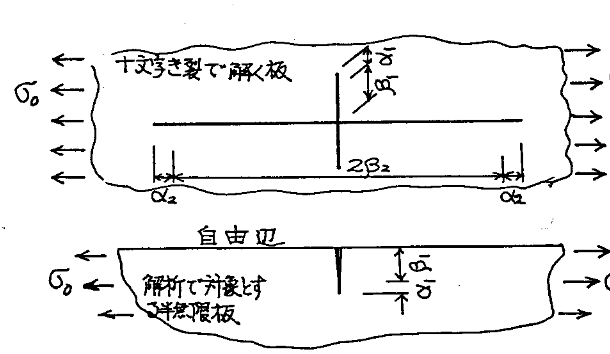


図-8 自由辺を持つ板の自由辺直角方向き裂の近似解析方法

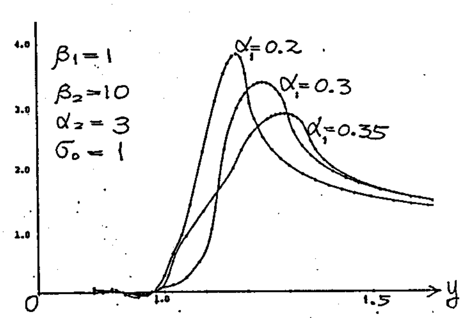


図-9 自由辺直角方向き裂線上(y軸上)の応力集中(図-8の解)