

円筒シェルのためのスプライン混合法の定式化

— 離散化および非離散化手法 —

岐阜大学 〇学生員 飯島 昭憲
 岐阜大学 学生員 信田 直己
 岐阜大学 正員 藤井 文夫

目的

複雑な曲面を有するシェル構造の中で最も簡単な円筒シェルにおいても数多くの理論が提唱されてきたが、特に定式化の段階における計算上の仮定に関して問題点があり、理論解析においても改良の余地を残している。実用計算においては混合法による円筒シェルの解析は主に混合型有限要素法によってきたが、これまで混合型の円筒シェル要素は2例ほどしか発表されておらず〔4〕、その後何ら新しい混合型解析手法は開発されていない。この理由は混合型有限要素法による場合、適用可能な座標関数はbi-linear以外にはほとんどみあたらず、これによつて必然的に開発可能な要素の数も限られてくるものと思われる。これに対して、スプライン混合法〔2〕,〔3〕は、同じ混合型変分エネルギー原理に基づくものの、混合型有限要素法よりはより一般的なアプローチであり、本研究はこれまで平板に対して開発されてきたスプライン混合法を発展させ、円筒シェルのためのスプライン混合法の計算理論の確立を目的としている。

計算理論

スプライン混合法の詳細はすでに〔2〕,〔3〕の中で詳しく紹介されているのでここでは省略する。本研究はNovoghilov型のシェル理論を採用し、Hellinger-Reissnerの混合型変分エネルギー表現式の中で、3個の面内力成分(N_x, N_y, N_{xy})と2個の面内変位成分(U, V)、それに3個のモーメント成分(M_x, M_y, M_{xy})と面外変位成分 W を補間した。これらの状態量の補間に用いた座標関数は、多重節点を有する不完全スプライン関数であるが、節点のとり方と階数 m の設定の仕方の組み合わせにより、離散化手法と非離散化手法の両者が可能となる。

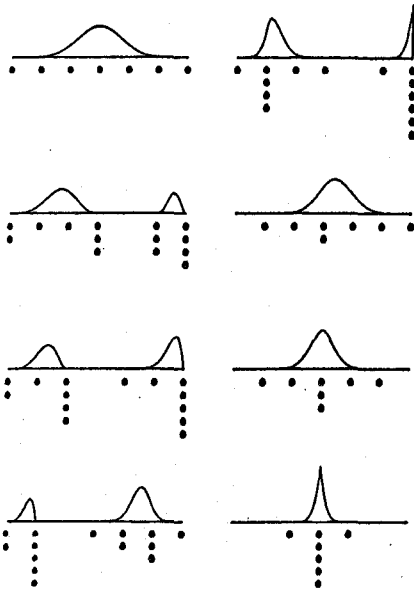
離散化手法においては、 $m=3$ を採用し多重度 $r=3$ の境界節点と $r=1$ (単節点)の内部節点を設定するやり方である。内部節点の分布を序々に密にしてゆくことにより解の収束を図った。 $m=2$ とすると従来の混合型有限要素法に帰着されてしまうので、これを避けるため取って $m=3$ を採用した。離散化手法の中で用いられた不完全スプライン関数により生成された曲面の3D表示をFig.1に示す。

非離散化手法では、 $m=4, 5, 6, 7$ の高次のスプライン関数を用いて補間を行った。この場合は、領域内部に節点を設けず、境界線上に多重節点のみを設定し、階数 m をあげてゆくことにより解を収束させてゆく。Fig.2は $m=6$ の不完全スプライン関数に対して、種々の多重度 $r(=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ を課したときの曲線の変化を示した2D表示である。

応用

計算例は、両端がDIAPHRAGMで単純支持されたPINCHED-SHELL、両端が自由であるPINCHED-SHELLならびに周辺が単純支持されたSHALLOW-SHELLの3例を離散化および非離散化手法の両方で計算した。そのうちTable-1にSHALLOW-SHELLの計算結果を示す。この場合はSHELLが浅いため、離散化

および非離散化手法の両方について比較的速く解が収束している。Reference Solutionとして挙げた解は、Donnell理論によるものである。その他の結果と詳細については、講演当日に発表予定である。



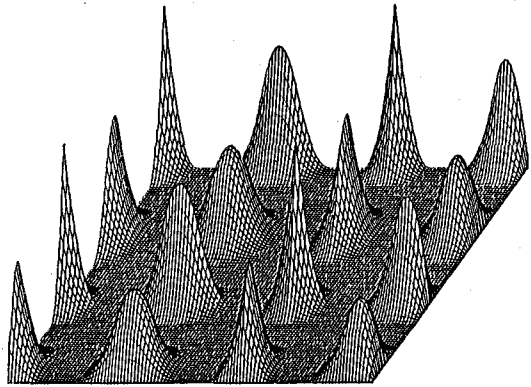
Spline Functions
with Multiple Knots ($m=6$)

FIG.-2

付記 本研究は、文部省科学研究費
「スプライン混合法による板
殻の非線形座屈安定解析」(課題番号57
750379)の補助をうけた。

参考文献

- [1] F.Fujii
Fonctions spline aux noeuds multiples
en analyse numérique des plaques
Flexion-Flambement et Vibration
Annales de l'I.T.B.T.P.
N° 403, pp. 90-102, 1982
- [2] F.Fujii
Spline-Funktionen mit mehrfachen Knoten
in der gemischten Plattenberechnung
Ingenieur-Archiv, vol 50, pp. 365-375, 1981
- [3] F.Fujii
Discrete and non-discrete mixed methods
for plate bending analysis
International Journal for numerical methods
in engineering, vol 17, pp. 1843-1859, 1981
- [4] W.Altman and F.Igti
A thin cylindrical shell finite element based
on a mixed formulation
Computers & Structures, vol 6, pp. 149-155, 1976
- [5] D.J.Dawe
Static analysis of diaphragm-supported
cylindrical shells using a curved finite strip
International Journal for numerical methods
in Engineering, vol 11, pp. 1347-1364, 1977



3D Display of Spline-generated Surfaces
Spline Functions with Multiple Knots ($m=3$)

FIG.-1

TABLE - 1

SHALLOW SHELL		Discrete Approach			
Mesh		1 × 1	2 × 2	3 × 3	4 × 4
$N_{\xi}(0,0) \times 10^{-1}$		-0.2265	-0.2010	-0.1941	-0.1916
$N_{\eta}(0,0) \times 10^{-1}$		-0.2650	-0.2446	-0.2379	-0.2353
$U(1,0) \times 10^{+5}$		-0.1209	-0.1125	-0.1112	-0.1123
$V(0,1) \times 10^{+5}$		0.5021	0.4775	0.4853	0.4827
$M_{\xi}(0,0) \times 10^8$		-0.2841	-0.3575	-0.4010	-0.4312
$M_{\eta}(0,0) \times 10^8$		-0.2874	-0.3609	-0.4046	-0.4349
$W(0,0) \times 10^{+4}$		-0.5713	-0.5211	-0.5073	-0.5020

Reference solution -0.00523

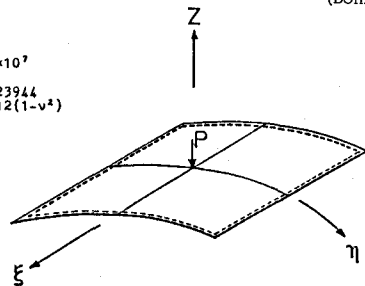
Non-discrete Approach (Donnell)

ORDER	4	5	6	7	
$N_{\xi}(0,0) \times 10^{-1}$	-0.1988	-0.1924	-0.1906	-0.1900	
$N_{\eta}(0,0) \times 10^{-1}$	-0.2415	-0.2353	-0.2329	-0.2314	
$U(1,0) \times 10^{+5}$	-0.1125	-0.1115	-0.1124	-0.1123	
$V(0,1) \times 10^{+5}$	0.4784	0.4849	0.4838	0.4840	
$M_{\xi}(0,0)$	-0.3666	-0.4224	-0.4661	-0.5018	
$M_{\eta}(0,0)$	-0.3701	-0.4261	-0.4698	-0.5055	
$W(0,0) \times 10^{+4}$	-0.5155	-0.5032	-0.4990	-0.4973	-0.00531

Reference solution -0.00523

(Donnell)

$$\begin{aligned}
 \bar{p} &= 1 \\
 r &= 6.0 \\
 l &= 3.0 \\
 t &= 0.1 \\
 E &= 1.05 \times 10^7 \\
 \nu &= 0.3 \\
 \delta &= 14.323944 \\
 D &= Et^3/12(1-\nu^2)
 \end{aligned}$$



All edges are simply supported.