

等価長方形スラブの概念を用いた斜板の近似算定法について

大同工業大学 正会員・水澤富作

名古屋大学 正会員 梶田建夫

1. まえがき 斜板の解析は一般に、数値解析が用いられることが多く、このような場合、精度を増すために多くの計算時間を必要とする。したがって、任意の斜角、辺長比などの条件で、近似的にでも必要な値が得られるような図・表は非常に有用である。これまでに、実験的または理論的に作成された設計のための図・表もある¹⁾。さて、等角性斜板の曲げ、振動、座屈問題の応答値 R は、一般に次のような関数で表わされる。 $R = R(\alpha, \phi, \nu, B.C., L.C.)$ — (1)、ここで、 α/b は辺長比、 ϕ は斜角、 ν はポアソン比、 $B.C.$ は境界条件、 $L.C.$ は荷重状態である。

本文では、これらのうち斜板の応答値を辺長比と斜角の関数で仮定し、等価長方形スラブの概念を用いた斜板の曲げ、振動及び座屈問題の一近似算定法とその評価について述べる。

2. 等価長方形スラブの概念と定式化

(a) Rectangular slab

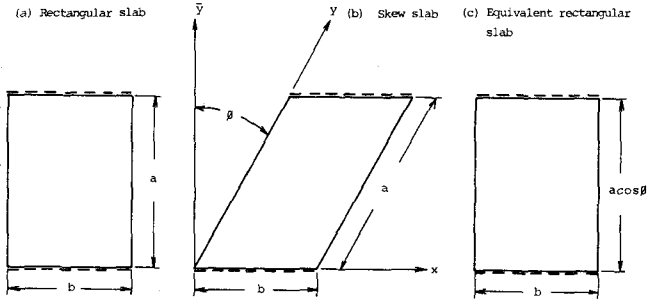


Fig. 1 Equivalent rectangular slab

Fig. 1 に示すように、辺長 a, b の長方形スラブ、斜スラブ及びこの斜スラブで等価な長方形スラブ(ここで、等価という定数は、この長方形スラブの面積が斜スラブの面積と同一であるという意味である)を考える。したがって、等価長方形スラブの支間 $a \cos \phi$ である。本近似算定法の概念は、等価長方形スラブの応答値パラメータ(たわみ係数、曲げモーメント係数、振動数パラメータ、座屈パラメータ)を補正パラメータを辺長比の関数で仮定して、これらのパラメータを種々の数値解析法により解析された斜スラブの数値解で斜角をデータとして用いて回帰分析により求める手法である。したがって、回帰分析により得られたパラメータを辺長比の関数として図示すれば、この予測図を用いて、任意の辺長比と斜角をもつ斜スラブの応答値が容易に求られ、また設計値として有効に使用できる。次に、本法を斜板の2, 3の問題に適用する。

a) 斜スラブの曲げ解析への適用 等分布荷重を受ける長方形スラブのたわみ W で主モーメント M_1 は、それぞれ次式で表わされる。 $W = \bar{W} \bar{q} a^4 / D$, $M_1 = \bar{M}_1 \bar{q} a^2$ — (2)

したがって、式(2)の支間長 a の代わりに等価長方形スラブの支間 $a \cos \phi$ を代入すると、 $W = \bar{W} \bar{q} a^4 \cos^4 \phi / D$, $M_1 = \bar{M}_1 \bar{q} a^2 \cos^2 \phi$ — (3) が得られる。この応答値は、辺長が a, b の斜スラブの値と一致しない。いま、等価長方形スラブの概念を用いて、式

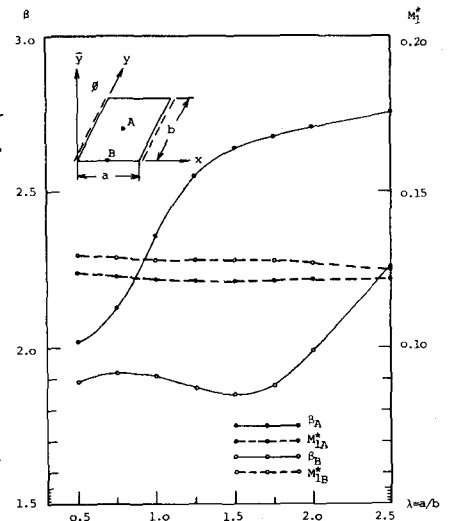


Fig. 2 Principal moment parameters and modified parameters for skew slab to uniform load.

(3)を、補正パラメータを導入して次のように書きかえる。 $W = W^*(\pi a^2/D)(\cos\phi)^{-\theta}$, $M_1 = M_1^*(\pi a^2)(\cos\phi)^{-\theta}$ — (4), ここで, W^* , M_1^* を応答値パラメータ, または, β を補正パラメータで表す。次に, 式(4)で示される主モーメント M_1 に関するパラメータの決定法について述べる。式(4)の両辺の対数をとって,

$$\log(M_1) = \log(M_1^* \pi a^2) - \theta \log(\cos\phi) \quad (5), \quad \text{ここで, } Y = \log(M_1),$$

$$X = \log(\cos\phi), \quad C_1 = \log(M_1^* \pi a^2) \quad \text{とおくと, 式(5)は, } Y = C_1 - \theta X \quad (6)$$

で表わされる。二乗残差 I_d は, 次の離散化式で与えられる。

$$I_d = \sum_{i=1}^N (C_1 - \theta X_i - Y_i)^2 \quad (7). \quad \text{したがって, 最小二乗法を}$$

用いれば, 未知係数 C_1 , θ が決定される。 N はデータの個数である。

データとして, 仕様の辺長比での斜角で *Spline* 要素法により求めた斜スラブの数値解を用いて求めた予測図が Fig. 2 に示されている。

b) 斜板の座屈解析への適用 曲げの場合と同様にして, 補正パラメータを導入して, 一方向圧縮荷重を受ける斜板の座屈荷重 N_{cr} は, $N_{cr} = (S_x^* D \pi^2 / b^2) \cdot (\cos\phi)^{-\theta} \quad (8)$ で表わされる。ここで, S_x^* , θ はそれぞれ座屈荷重パラメータで補正パラメータである。Fig. 3 には, 一方向圧縮を受ける周辺単純支持された斜板の座屈荷重の予測図が示されている。

c) 斜スラブの振動数解析への適用 等価長方形スラブの概念を用いて, 斜スラブの振動数を計算するために, 補正パラメータを導入して示された斜スラブの振動数は, 次式で与えられる。 $\omega_i = (M_i^* / a^2) \sqrt{D_{eff}} \cdot (\cos\phi)^{-\gamma_i} \quad (9).$

Fig. 4 には, 相対する2辺が単純支持または自由の斜スラブに関する最初の3次モードまでの振動数パラメータで補正パラメータの関係図を示した。ただし, 振動モードは統一して1, 2, 3。

3. 近似算定法の精度評価および考察

ここで述べた斜板の解析では, これらの予測図より読みとって算定した値は, いずれの問題に対しても, *Spline* 要素法により求めた数値解と比較して, 6% 以内の精度で算定できるとが示された。(したがって, 他の仕様の条件における結果もこの精度の範囲で求められるものと思われる。

(しかしながら, 斜板特有の局所的な値(たとえば, 鋭角点付近での曲げモーメント, 反力)は, 本文で述べたような相関性がみられず, 本法の適用ができなかった。

参考文献

- (1) Homberg, H. and Marx, W.R. 'Schiefe Stäbe und Platten' Werner Verlag, 1958. (2) Mizusawa, T., Kajita, T. and Naruoka, M. 'Analysis of skew plate problems with various constraints', J. Sound Vib., vol. 73, pp.575-584 (1980).

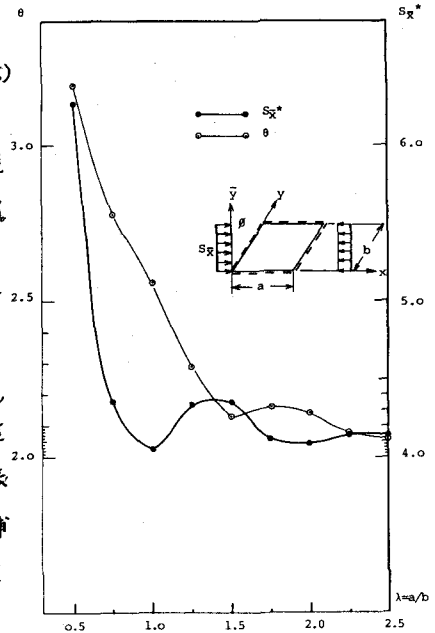


Fig. 3 Buckling load parameters, S_x^* and modified parameters, θ for simply supported skew plate to uniform compression.

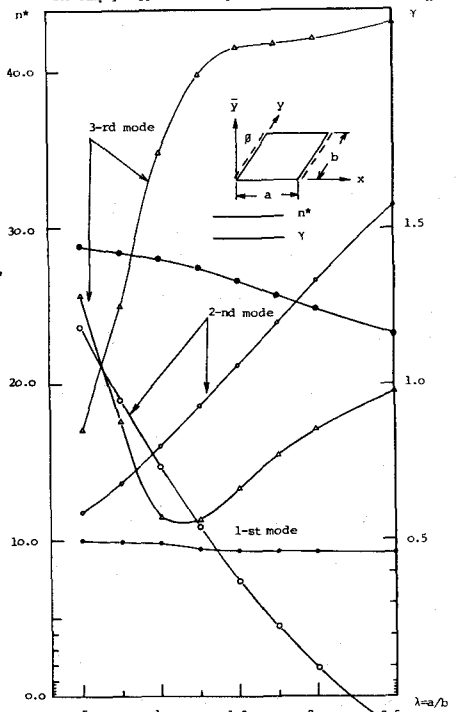


Fig. 4 Frequency parameter, n^* and modified parameter, γ of vibration for skew slab.