境界要素法の構造物の形状決定問題への応用

信州大学工学部　正会員　○大上俊之
同　　上　正会員　草間孝志

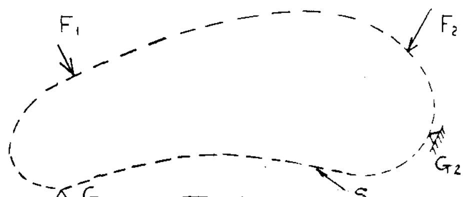
１．まえがき

構造物の形状の最適化問題として，等強度設計，最小重量設計，限界応力度設計の考え方，あるいはＬＰなどを用いた手法が挙げられる。一方，微分方程式系の離散化解析手法として，最近，境界要素法が差分法や有限要素法とともに広く用いられるようになってきた。境界要素法は，最終的には境界表面上の節点変数だけを含む方程式に帰着されるので，表面応力で形状を決定するような問題に対しては有利な手法であると考えられる。

本研究では，境界要素法を用いた解析の一試みとして，表面応力を評価応力とし，それらが目標応力に一致するように構造物の形状を決定していく表面形状決定問題への応用について報告する。

２．解析手順

いま，図－１に示すように，外力（Ｆ１，Ｆ２）と支持点（Ｇ１，Ｇ２）が与えられた系について考える。まず，与えるられた外力の作用点と方向，およびそれらを支持する固定部を構造物の空間的制約とし，これらを条件として，任意形状の構造物（Ｓ）を設定し，これに対する応力分布を求める。次に，得られた応力解析の結果から，構造物の一部あるいは全体の表面形状を，目標応力を満足するように形状変化を施していく。いま，表面節点ｉの発生応力をσｉ，目標応力をσｏとすれば，目的関数は式（１）で与えられる。第ｋ回目の繰り返しにおけるｉ番目の節点の設計変数（座標値）をｘｉ，応力をσｉとし，応力σｉをｘ１，ｘ２，・・・，ｘｎの関数として式（２）のように表せば，式（２）は応力σｉの設計変数ｘｊに対する増分式（３）に対して，表面の各節点ｉ＝１～ｎについて式（４）となる。これより第（ｋ＋１）回目の繰り返しに対する表面形状変化量の基礎方程式（５）が得られる。したがって，式（５）よりΔｘｊ（すなわちｘｊ）が求まれば，境界要素法の通常の計算より対応する変位，応力が決定できるので，式（１）のｆｉが許容誤差内に入るまで，このステップを繰り返し，満足する解を所要の解とすればよい。



図－1

$$f_i = |\sigma_i - \sigma_0| \to 0, \quad i=1\sim n \qquad (1)$$

$$\sigma_i = \sigma_i(x_1, x_2, \cdots x_n) \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta\sigma_i &= \sigma_i^{k+1} - \sigma_i^{k}, \\ \Delta x_j &= x_j^{k+1} - x_j^{k} \end{aligned}\right] \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} &\sum_j (\partial\sigma_i / \partial x_j)\Delta x_j \\ &\qquad = \Delta\sigma_i = \sigma_0 - \sigma_i \\ &[\partial\sigma_i / \partial x_j]\{\Delta x_j\} = \{\Delta\sigma_i\} \end{aligned}\right] \qquad (4)$$

$$x_j^{k+1} = x_j^{k} + [\partial\sigma_i / \partial x_j]_k \{\Delta\sigma_i\}_k \qquad (5)$$

2．数値計算例および考察

計算例として，境界表面上で等強度な２次元平面応力場での片持ばり，および連続ばりを考える。評価応力としては，いずれの場合も各節点における主応力を採用した。

（１） 等強度ばり 図－２（ａ）に示すように，高さ８０cm，スパン１７０cm，厚さ１０cmの片持ばりの自由端に集中荷重１０００kgが作用する場合に，表面応力の絶対値が一様に目標応力１０００±１kgになるような等強度ばりを解析した。図－２（ａ）に要素分割を示す。解析に際しては，最初から各節点ごとに最適化を施すと収束が悪いので，まず，節点を数グループに分割してグループ内に評価点を設け，評価点についてのみ最適化の判定を行った。その場合，他の節点については内挿計算によって変化量を決定し，評価点が許容誤差を満足したら，順次グループ数を増やして計算を進めた。図－２（ｂ）に計算結果を示す。実線で示した曲線は，はり理論による等強度ばりであるが，本法を用いて求めた計算結果が理論解とよく一致しているのが分る。

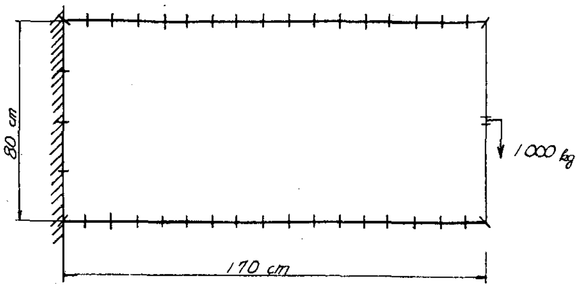


図-2(a)

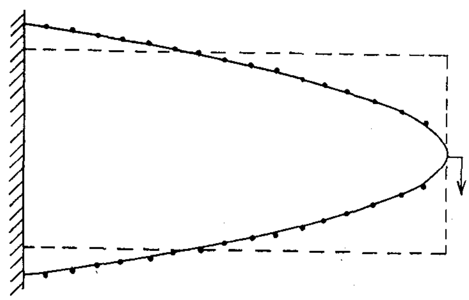


図-2(b)

（２） 連続ばり 図－３（ａ）は１スパン１７０cm，高さ４０cm，厚さ１０cmの２スパン連続ばりである。このはりの各スパン中央にそれぞれ１０００kgの集中荷重が作用した場合に，目標応力１０００±１０kgとして，前例と同様の方法で解析を行った。計算結果を図－３（ｂ）に示すが，この場合も両者がよく一致していることが分る。

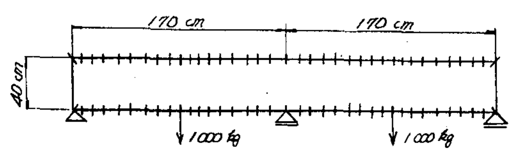


図-3(a)

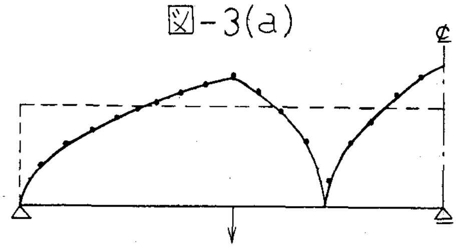


図-3(b)

4．まとめ

以上，はり構造についての簡単な計算例ではあったが，本法による計算の妥当性が検証できた。ここに示した例は，いずれも応力の評価については各節点の最大主応力の絶対値のみを考えているが，構造物を構成する材料の特性によっては，目標応力として引張応力と圧縮応力の値が異なる場合がある。このような構成材料に制約がある場合や，さらにもっと複雑な形状の構造物については，現在検討中である。