

金沢工業大学 正員 西田 進
 金沢工業大学 学生員 ○星名 博文

1. まえがき 鋼構造部材の真の耐荷挙動を明確にするには、解析において、変形を考慮したより厳密な基礎方程式をえること、避けられない初期不整および材料の非線形性を考慮することが重要である。その手始めとして、任意の初期変形を考慮した薄肉断面部材の基礎方程式を有限変形のひずみ・変位関係式と仮想仕事の原理を用いて誘導したので報告する。解析例としては放物線および sin 半波形状の初期不整を有するはりの座屈強度式を示す。

2. 基礎方程式の誘導

断面剛と断面内無応力の仮定および変分原理（仮想仕事の原理を含む）より、薄肉断面部材の基礎方程式を導く手法の確立により、有限変位理論において考慮すべき高次項および境界条件式に含まれる高次項がしだいに明確にされてきた。誘導において変形の高次項を無視しない文献 1) の手法を参考にしながら任意の初期変形 u_0, v_0, φ_0 を有する薄肉断面部材の基礎方程式を導くと次式をえる。

$$N' + R_2 = 0 \tag{1} \quad \cdot \left\{ (U'_s + V'_0) \cos(\varphi + \varphi_0) - (U_s + U_0) \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} + M'_\omega = 0 \tag{4}$$

$$- \left\{ M_y \cos(\varphi + \varphi_0) + M_x \sin(\varphi + \varphi_0) \right\}' + \left[N \left\{ (U'_s + U'_0) + \left\{ y_s \right. \right. \right. \quad W_c = C_1 \text{ または } n \bar{N} = N \tag{5}$$

$$\cdot \cos(\varphi + \varphi_0) + \left. x_s \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} (\varphi' + \varphi'_0) \right]' + R_x - \left\{ m_y \right. \quad U_s = C_2 \text{ または } n \bar{V}_x = - \left\{ M_y \cos(\varphi + \varphi_0) + M_x \sin(\varphi + \varphi_0) \right\}'$$

$$\cdot \cos(\varphi + \varphi_0) + m_x \sin(\varphi + \varphi_0) \left. \right\}' = 0 \tag{2} \quad + N \left\{ (U'_s + U'_0) + \left\{ y_s \cos(\varphi + \varphi_0) + x_s \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} (\varphi' + \varphi'_0) \right\}$$

$$\left\{ M_x \cos(\varphi + \varphi_0) - M_y \sin(\varphi + \varphi_0) \right\}' + \left[N \left\{ (V'_s + V'_0) \right. \right. \quad - \left\{ m_y \cos(\varphi + \varphi_0) + m_x \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} \tag{6}$$

$$- \left. \left\{ x_s \cos(\varphi + \varphi_0) - y_s \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} (\varphi' + \varphi'_0) \right]' + R_y \quad U'_s = C_3 \text{ または } n \left\{ \bar{M}_y \cos(\varphi + \varphi_0) + \bar{M}_x \sin(\varphi + \varphi_0) \right\}$$

$$+ \left\{ m_x \cos(\varphi + \varphi_0) - m_y \sin(\varphi + \varphi_0) \right\}' = 0 \tag{3} \quad = M_y \cos(\varphi + \varphi_0) + M_x \sin(\varphi + \varphi_0) \tag{7}$$

$$M''_\omega - M_x \left\{ (U'_s + U'_0) \cos(\varphi + \varphi_0) + (V'_s + V'_0) \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} \quad U_s = C_4 \text{ または } n \bar{V}_y = \left\{ M_x \cos(\varphi + \varphi_0) - M_y \sin(\varphi + \varphi_0) \right\}'$$

$$- M_y \left\{ (U'_s + V'_0) \cos(\varphi + \varphi_0) - (U_s + U_0) \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} + \left[N \right. \quad + N \left\{ (V'_s + V'_0) - \left\{ x_s \cos(\varphi + \varphi_0) - y_s \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} (\varphi' + \varphi'_0) \right]$$

$$\cdot \left[\left\{ y_s (U'_s + U'_0) - x_s (V'_s + V'_0) \right\} \cos(\varphi + \varphi_0) + \left\{ x_s (U'_s + U'_0) \right. \right. \quad + \left\{ m_x \cos(\varphi + \varphi_0) - m_y \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} \tag{8}$$

$$+ y_s (V'_s + V'_0) \left. \right\} \sin(\varphi + \varphi_0) \right] + K (\varphi' + \varphi'_0) - N \left[\left\{ x_s (U'_s + U'_0) \right. \right. \quad U'_s = C_5 \text{ または } n \left\{ \bar{M}_x \cos(\varphi + \varphi_0) - \bar{M}_y \sin(\varphi + \varphi_0) \right\}$$

$$+ y_s (V'_s + V'_0) \left. \right\} \cos(\varphi + \varphi_0) - \left\{ y_s (U'_s + U'_0) - x_s (V'_s + V'_0) \right\} \quad = M_x \cos(\varphi + \varphi_0) - M_y \sin(\varphi + \varphi_0) \tag{9}$$

$$\cdot \sin(\varphi + \varphi_0) \left. \right] (\varphi' + \varphi'_0) + T'_s + m_t \cos(\varphi + \varphi_0) - m_{tn} \sin(\varphi + \varphi_0) \quad \varphi = C_6 \text{ または } n \left[\bar{T} \cos(\varphi + \varphi_0) - \bar{T}_n \sin(\varphi + \varphi_0) + \bar{M}_x$$

$$+ m_x \left\{ (U'_s + U'_0) \cos(\varphi + \varphi_0) + (V'_s + V'_0) \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} + m_y \quad \cdot \left\{ (U'_s + U'_0) \cos(\varphi + \varphi_0) + (V'_s + V'_0) \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} - \bar{M}_y \left\{ (U'_s + U'_0)$$

$$\cdot \sin(\varphi + \varphi_0) - (V'_s + V'_0) \cos(\varphi + \varphi_0) \Big] = T_s + M'_\omega + N \left[\left\{ y_s \cdot y_s \right\} \sin(\varphi + \varphi_0) \right] + K(\varphi + \varphi_0) + m_\omega \quad (10)$$

$$\cdot (U'_s + U'_0) - (V'_s + V'_0) \cos(\varphi + \varphi_0) + \left\{ (U'_s + U'_0) x_s + (V'_s + V'_0) y_s \right\} \cos(\varphi + \varphi_0) \quad \varphi' = C_\tau \text{ または } n \bar{M}_\omega = M_\omega \quad (11)$$

線形弾性体を対象とし，(x, y) 座標として主座標を用いると断面力と変位の間には次式が成立する。

$$N = \int_A \sigma_x dA = EA \tilde{w}'_c + \frac{1}{2} EG_p (\varphi'^2 + 2\varphi' \varphi'_0) \quad (12) \quad \cdot \sin(\varphi + \varphi_0) \Big] (\varphi + \varphi_0) - \left\{ (y_s U'_0 - x_s V'_0) \cos \varphi_0 \right.$$

$$M_y = - \int_A \sigma_x x dA = EI_y \tilde{w}''_s - \frac{1}{2} EI_{pg} (\varphi'^2 + 2\varphi' \varphi'_0) \quad (13) \quad + (x_s U'_0 + y_s V'_0) \sin \varphi_0 \Big\} \varphi'_0 \quad (16)$$

$$M_x = \int_A \sigma_x y dA = -EI_x \tilde{w}''_s + \frac{1}{2} EI_{px} (\varphi'^2 + 2\varphi' \varphi'_0) \quad (14) \quad \tilde{w}''_s = (U'_s + U'_0) \cos(\varphi + \varphi_0) + (V'_s + V'_0) \sin(\varphi + \varphi_0)$$

$$M_\omega = \int_A \sigma_x \omega_n dA = -EI_\omega \varphi'' + \frac{1}{2} EI_{p\omega} (\varphi'^2 + 2\varphi' \varphi'_0) \quad (15) \quad - U'_0 \cos \varphi_0 - V'_0 \sin \varphi_0 \quad (17)$$

$$\tilde{w}'_c = w'_c + \frac{1}{2} (U_s'^2 + 2U_s U'_0 + V_s'^2 + 2V_s V'_0) + \left\{ \left\{ y_s (U'_s + U'_0) - x_s (V'_s + V'_0) \right\} \cos(\varphi + \varphi_0) + \left\{ x_s (U'_s + U'_0) + y_s (V'_s + V'_0) \right\} \sin(\varphi + \varphi_0) \right\} \varphi'_0$$

$$\tilde{w}''_s = (V'_s + V'_0) \cos(\varphi + \varphi_0) - (U'_s + U'_0) \sin(\varphi + \varphi_0) - V'_0 \cos \varphi_0 + U'_0 \sin \varphi_0 \quad (18)$$

3. 数値計算例

式(1)~(18)を与えられた荷重条件および境界条件のもとに直接解くことは不可能に近いので，面内荷重が支配的な場合について解析を行なう。数値計算は求めた基礎方程式を $V > U_0, \varphi_0 \gg u, \varphi, V_0 = 0$ なる条件を用いて1階の常微分方程式系に表現し，伝達マトリックス法により行う。

図-1は $1/1000$ なるsin形の初期変形を有する3種の単純ばりに等曲げが作用する場合の弾性限界作用モーメントを示す。図では φ_0 の方が u_0 より危険側となる。図-2は，等曲げ単純支持， $\varphi_0 = 0$ を例に，伝達マトリックス法(Sinの半波)および近似解法(Sinの半波と放物線)による荷重・変形挙動の差異を示す。また， $u \rightarrow \infty$ なる荷重を初期不整ばりの座屈荷重と定義すると次式をえる。

$$M_E^\ominus = \sqrt{\frac{I_x}{I_x - I_y} \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \left(GK_T + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2} \right)} \quad U_0: \text{sinの半波長} \quad M_E^\oplus = \sqrt{\frac{I_x}{I_x - I_y} \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \left(GK_T + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2} - \frac{64 EI_x U_0^2}{L^2 \pi^2} \right)} \quad U_0: \text{放物線(19)}$$

今後，初期変形の形状による強度の相異と断面の塑性化を考慮した解析へと研究を進めたい。

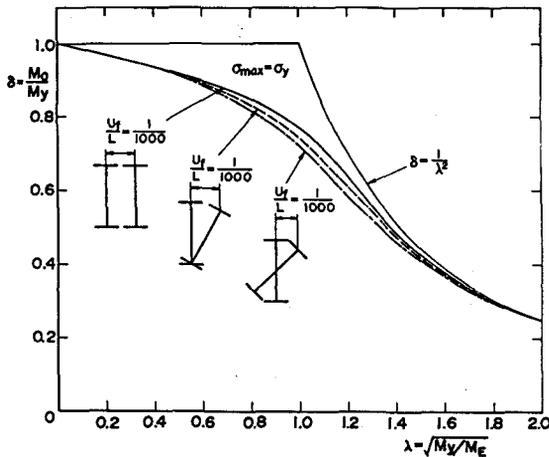


Fig. 1 Approximate Ultimate Strength Curves

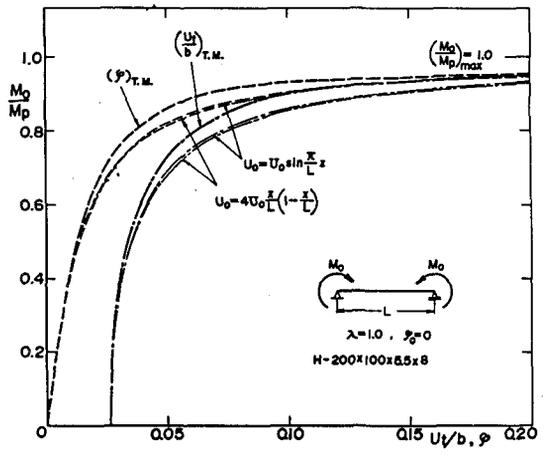


Fig. 2 Deflection Analysis of Beams

1) 西野文雄，他：軸力と曲げおよびねじりを受ける薄肉断面部材，土木学会論文報告集，No.225, pp.23~31.