I — 7

海洋波動による弾性構造物の動的応答解析

東海大学海洋学部　正　員　長崎　作治
東海大学海洋学部　正　員　北原　道弘
○東海大学大学院　学生員　川上哲太郎

1. 諸元

浮遊式海洋構造物と海洋波動との相互作用に関する研究は、数多く発表されているが、その多くは構造物を剛体と仮定し、この剛体の運動や波の変形などを解析したものであった。しかし近年、海洋温度差発電システムや、海洋バイオマスシステムなどにおいて、大口径取水パイプや、構造物本体などに、高分子材料を積極的に取り入れようとしている。この場合、従来のように構造物を剛体として解析したのでは、十分にその運動を把握することはできず、弾性体と海洋波動との相互作用として、物体自身の変形を考慮した解析が必要と思われる。本研究は、構造物を弾性体と仮定し、この弾性体と流体の相互作用問題を積分方程式により定式化し、解析しようとするものである。

2. 基礎式及び境界条件

領域を図1のように定義する。即ち、(I)及び(III)は無限遠を含む一定水深域、(II)は構造物又は水深の変化による波の散乱が顕著な領域、(IV)は構造物である。

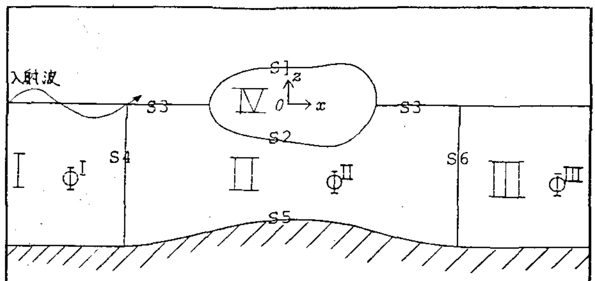

図1　領域と境界

(1)弾性体

領域(IV)の構造物を弾性体と仮定すれば、弾性体の基礎式は次のようになる。

$$\mu \Delta \bar{u} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \bar{u} = \rho \ddot{\bar{u}} \quad (1)$$

($\bar{u}(x,t)$:変位ベクトル，λ, μ: Lamé定数，ρ:密度)

入射波の角振動数をωとし、以下、$\bar{u}(x,t) = \mathrm{Re}\{u(x)\, e^{-i\omega t}\}$なる定常状態を考えることにする。この定常状態に対する基礎式は次のようになる。(但し、記号Re，時間因子$e^{-i\omega t}$は以下略)

$$\mu \Delta u + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u + \rho \omega^2 u = 0 \quad (2)$$

弾性体の表面(S_1)上の境界条件は応力ベクトルtについて次のように表わされる。

$$t = \overset{n}{T} u = \lambda n (\nabla \cdot u) + \mu n \cdot (\nabla u + (\nabla u)^T) = g_1 \quad (\mathrm{on}\ S_1) \quad (3)$$

ここで、nは外向き単位法線ベクトルである。

(2)流体

領域(I),(II),(III)の流体については、非回転、非圧縮場を仮定すると、速度ベクトルV及び基礎式は、速度ポテンシャルΦを用いて次のように表わされる。

$$V = \nabla \Phi \quad (4) \qquad \Delta \Phi = 0 \quad (5)$$

流体の自由表面(S_3)及び海底面(S_5)上の境界条件は次のようになる。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\omega^2}{g} \Phi_{(\mathrm{on}\ S_3)} \quad (6) \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0_{(\mathrm{on}\ S_5)} \quad (7)$$

また、仮想境界(S_4, S_6)上で、各領域における速度ポテンシャルは、次の連続条件を満足する。

$$\Phi^{\mathrm{I}} = \Phi^{\mathrm{II}},\ \frac{\partial \Phi^{\mathrm{I}}}{\partial n} = \frac{\partial \Phi^{\mathrm{II}}}{\partial n} \quad (\text{on } S_4) \qquad (8) \qquad\qquad \Phi^{\mathrm{II}} = \Phi^{\mathrm{III}},\ \frac{\partial \Phi^{\mathrm{II}}}{\partial n} = \frac{\partial \Phi^{\mathrm{III}}}{\partial n} \quad (\text{on } S_6) \qquad (9)$$

なお、領域(I),(III)において散乱波は無限遠で放射条件を満足しなければならない。

(3)弾性体と流体の境界面における連続条件

弾性体と流体の境界面(S_2)においては、応力と変位(速度)の連続条件が成立しなければならない[1]、即ち、

$$\mathbb{t} = -n P = -n i \rho \omega \Phi^{\mathrm{II}} \quad (10) \qquad\qquad -i\omega \mathbb{u} \cdot n = \mathbb{V} \cdot n = (\nabla \Phi^{\mathrm{II}}) \cdot n \quad (11)$$

ここで、Pは流体圧、ρは流体密度である。

3 積分方程式による定式化

弾性体(IV)及び流体(II)の境界上における変位及びポテンシャルの積分表現は次のようになる。

(弾性体)
$$C_\alpha^+ \mathbb{u}(x) = \int_S \left[\mathbb{U}(x,y;\omega)\cdot\left(\mathcal{T}^{n_y}\mathbb{u}(y)\right) - \left\{\mathcal{T}^{n_y}\mathbb{U}(x,y;\omega)\right\}\cdot \mathbb{u}(y) \right] dS_y = (\mathbb{S}\mathbb{t})(x) - (\mathbb{D}\mathbb{u})(x) \qquad (12)$$

(流　体)
$$C_\alpha^+ \Phi(x) = \int_S \left[G(x,y)\frac{\partial \Phi(y)}{\partial n} - \frac{\partial G(x,y)}{\partial n_y}\Phi(y) \right] dS_y = (G\tilde{\Phi})(x) - (H\Phi)(x) \qquad (13)$$

ここに、$\Phi = \Phi^{\mathrm{II}}$ であり、

基本解$\mathbb{U}$, Gは次のようである。
$$\mathbb{U} = \frac{i}{4\mu}\left[H_0^{(1)}(k_T r)\mathbb{I} + \frac{1}{k_T^2}\nabla\nabla\left\{ H_0^{(1)}(k_T r) - H_0^{(1)}(k_L r)\right\}\right]$$
$$G = \frac{1}{2\pi}\log\frac{1}{r} \qquad (r = |x - y|)$$

また、$C_\alpha^+\mathbb{u}$, $C_\alpha^+\Phi$ は二重層ポテンシャルの外部極限としての自由項であり、境界がなめらかであれば、$C_\alpha^+\mathbb{u} = (1/2)\mathbb{u}$, $C_\alpha^+\Phi = (1/2)\Phi$ である。

境界を要素に分割し、積分を実行した後、(12)(13)式を行列表現すれば次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \mathbb{S}_1 & \mathbb{S}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbb{t}_1 \\ \mathbb{t}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbb{D}}_1 & \bar{\mathbb{D}}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbb{u}_1 \\ \mathbb{u}_2 \end{Bmatrix} \qquad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbb{G}_2 & \mathbb{G}_3 & \mathbb{G}_4 & \mathbb{G}_5 & \mathbb{G}_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\Phi}_2 \\ \tilde{\Phi}_3 \\ \tilde{\Phi}_4 \\ \tilde{\Phi}_5 \\ \tilde{\Phi}_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbb{H}}_2 & \bar{\mathbb{H}}_3 & \bar{\mathbb{H}}_4 & \bar{\mathbb{H}}_5 & \bar{\mathbb{H}}_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \Phi_6 \end{Bmatrix} \qquad (15)$$

(ここで、添字(1~6)は、各境界($S_1 \sim S_6$)上の値に対応している。)

(14)(15)式に境界条件(3),(6),(7)式、連続条件(8),(9),(10),(11)式を導入しまとめれば、問題は次の連立一次方程式を解くことに帰着される。

$$\begin{bmatrix} -\bar{\mathbb{D}}_1 & -\bar{\mathbb{D}}_2 & \mathbb{S}_2\mathbb{N}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbb{G}_2\mathbb{N}_2 & -\bar{\mathbb{H}}_2 & \frac{\omega^2}{g}\mathbb{G}_3 - \bar{\mathbb{H}}_3 & -\bar{\mathbb{H}}_5 & \mathbb{G}_4\mathbb{N}_3 - \bar{\mathbb{H}}_4\mathbb{N}_4 & \mathbb{G}_6\mathbb{N}_5 - \bar{\mathbb{H}}_6\mathbb{N}_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbb{u}_1 \\ \mathbb{u}_2 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_5 \\ a_4^{r,SI} \\ a_6^{t,SIII} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbb{S}_1 & 0 \\ 0 & -\mathbb{G}_4\mathbb{N}_7 + \bar{\mathbb{H}}_4\mathbb{N}_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} g_1 \\ a_4^i \end{Bmatrix} \qquad (16)$$

ここで、(8)(9)式の導入に際しては、領域(I)及び(III)のポテンシャルを$\Phi^{\mathrm{I}} = \Phi^i + \Phi^r + \Phi^{SI}$, $\Phi^{\mathrm{III}} = \Phi^t + \Phi^{SIII}$ とおき、各ポテンシャルを級数解(各ポテンシャルの振幅(係数)を a^i(入射波;既知), a^r(反射波), a^t(通過波), $a^{SI,SIII}$(散乱波)とする)として表現し[2]、境界S_4, S_6上の反射波、通過波、散乱波の係数を未知量と考える。

参考文献 1)小林 他,積分方程式を用いた地震時動水圧の解析に関する研究,土木学会関西支部年次講演概要, I-9, 1981.

2)井島 他,グリーンの公式による2次元水面波の境界値問題の解析,土木学会論文報告集,第252号,PP57~71,1976.