

名古屋大学 正会員 田辺忠顕
電力中央研究所 正会員 山本泰次

1. 従来、コンクリートダムは熱応力制御の一手法としてパイプクーリングが行われているが、近年はダムに限らず、重要なマスコンクリート工事にクーリング手法が使われつつある。例えば、多度津に建設された原子力工学試験センターの巨大な基礎マット工事は、その代表例であつて、今後重要なマスコンクリート工事で、かつ富配合のものが増え、クーリングによる熱応力制御は必要になると思われる。

クーリングを行う為には、配管網のレイアウト、管径、クーリング水の流速を適切に定める必要があるが、そのためにはコンクリート中に配置された配管網から、クーリング水を通して、いかに熱が除去されるか解析を行わなくてはならない。現在のダムの設計では、米国Boulderダムの建設当時開発された手法を用いているが、この手法については、以下の問題点がある。即ち、仮定が多くて実際のシミュレーションの程度が明らかでない事、例えば (i) クーリングパイプの有効領域を同一半径の円として解析するが、パイプが何往復もして連続しているため、一断面中の各パイプの水温は各パイプ毎に異なり、熱伝達場としての有効領域が同一半径の円形でもないこと、(ii) パイプと水との温度境界を固定温度境界として扱っているが、実際には熱伝達境界であること、(iii) パイプ周囲の熱伝達場を1方向だけの関数として取り扱っているが、実際は3次元熱伝達場であること等である。また、コンクリートの発熱過程は考慮が主なり。勿論これらの欠点は、計算機の発達していなかった当時としては止むを得ないことであつた。本報告は上記の問題点を解決するために行った研究、一部で、コンクリートの非定常熱伝達場を考慮したクーリング効果を3次元問題として取り扱った支配方程式を導いた。

2. クーリング効果の支配方程式

図-1において、直交デカルト座標 (x, y, z) 、 (ξ, η, ζ) の他にパイプに沿って局所座標 s をとる。コンクリートの密度、比熱を ρ_c, C_c 、熱伝導率を k_c とする。熱伝導率の異质性は考えない。熱伝導方程式として、

$$k_c \left(\frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2} \right) + q_I + q_{II} = \rho_c C_c \frac{\partial T_c}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで T_c : コンクリートの温度, q_I : パイプに吸収される熱量を負の熱源と表えて
その熱吸収率, q_{II} : コンクリートの内部発熱率

(1)式の t に関するLaplace変換をとると、

$$\frac{\partial^2 \bar{T}_c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}_c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}_c}{\partial z^2} + \frac{1}{k_c} (\bar{q}_I + \bar{q}_{II}) = \frac{\rho_c C_c}{k_c} (p \bar{T}_c - (T_c)_{t=0}) \quad \dots \dots \dots (2)$$

$(T_c)_{t=0} = 0$ とおいても一般性を失はない。(2)式をみたす1種のGreen's functionを求める。

$$\nabla^2 G_1 - \frac{\rho_c c_c}{k_c} p G_1 = -\delta(x-\xi)\delta(y-\eta)\delta(z-\zeta) \dots \dots (3)$$

境界条件として, $G_1|_S = 0$, 又は $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c$ で表わせるコンクリートブロックの表面である。

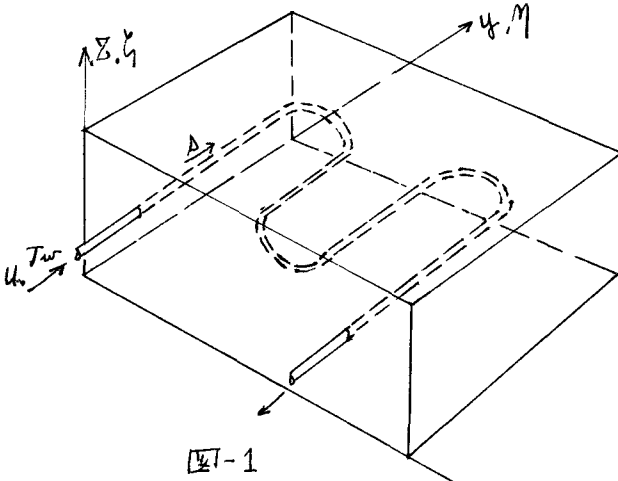


図-1

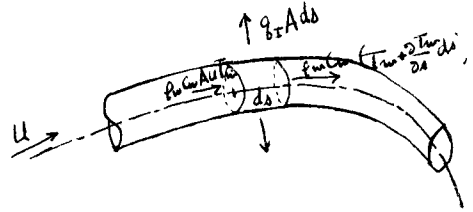


図-2

Diracのδ関数を用いてGreen's functionを(4)式のように展開すると, q_{mne} が(5)式のように求まる。

$$G_1(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \sum_{m, n, l} q_{mne} \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{c} \dots (4)$$

$$q_{mne} = \frac{8}{abc} \cdot \frac{\sin \frac{m\pi \xi}{a} \sin \frac{n\pi \eta}{b} \sin \frac{l\pi \zeta}{c}}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{c}\right)^2 + \frac{\rho_c c_c}{k_c}} \dots (5)$$

今, コンクリートブロック表面で $T_c = f(\xi, \eta, \zeta)$ であるとすると, 境界条件をみたし, (2)式をみたす解が次のように求まる。

$$\bar{T}_c = - \int_V \frac{1}{p} f(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial G_1}{\partial \xi \eta \zeta} d\xi \eta \zeta + \int_V \frac{1}{k_c} (\bar{g}_I + \bar{g}_{II}) G_1 dV_{\xi \eta \zeta} \dots (6)$$

図-2のワリングパイプの熱平衡から, 木温のラプラス変換 $\bar{T}_w$ とパイプ周囲のコンクリート温度のラプラス変換 $\bar{T}_c$ の間には, $\bar{g}_I = \frac{2h}{r_0} (\bar{T}_w - \bar{T}_c)$ ただし h : 熱伝達率, r_0 : パイプの半径である。かつ, $u \frac{\partial \bar{T}_w}{\partial s} + \bar{g}_I / \rho_w c_w = - \frac{\partial \bar{T}_w}{\partial t} \dots (7)$ (7)式をラプラス変換し, (6)式の $\bar{T}_c$ と(7)式の $\bar{T}_w$ を $\bar{g}_I$ を表す式に代入すると最終的に $\bar{g}_I$ を未知数とする変分微積分方程式が次のように得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{u r_0}{2h} \frac{\partial \bar{g}_I}{\partial s} - u \frac{\partial}{\partial s} \int_V \frac{1}{p} f(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial G_1}{\partial \xi \eta \zeta} d\xi \eta \zeta + u \frac{\partial}{\partial s} \int_V \frac{1}{k_c} (\bar{g}_I + \bar{g}_{II}) G_1 dV_{\xi \eta \zeta} + \left(\frac{1}{\rho_w c_w} + \frac{p r_0}{2h} \right) \bar{g}_I \\ & + p \int_V \frac{1}{k_c} (\bar{g}_I + \bar{g}_{II}) G_1 dV_{\xi \eta \zeta} - \int_V f(\xi, \eta, \zeta) \left(\frac{\partial G_1}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} d\xi \eta \zeta - (T_w)_{t=0} = 0 \end{aligned}$$