IV－4　　動的等時間原則配分理論の解法に関する研究

名古屋工業大学　学生員　○近沢　龍一
名古屋工業大学　学生員　　浅井　慶一郎
名古屋工業大学　正　員　　松井　寛

1. はじめに

従来から扱われてきた交通流配分の問題は、ＯＤ表に基づく静的配分問題である。本研究では、数理計画的モデルとして提案されている　総走行時間最小化配分、及び等時間原則配分の内　特に後者の等時間原則配分を　動的な問題として取り上げる。等時間原則配分は、具体的に言えば、各ドライバーが　それぞれ自己にとって最短時間となる経路を選択できるように配分するものである。
このモデルは、バイパス道路における分流制御等　道路網の交通流制御の問題に実用化できる。

2. 定式化

2－(1)　交通流に関する状態方程式の導入

ここでは、Fig.1のような１ＯＤ、２経路の簡単な道路網について考える。問題の定式化に入るに先立ち　次のように各記号を定義する。

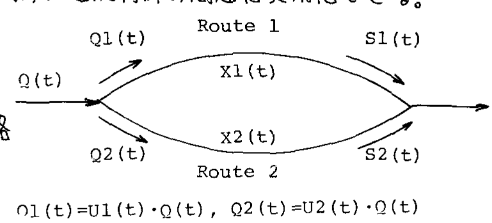

Fig. 1

$Q_i(t)$：時刻tにおける経路ｉ（ｉ＝1,2）への分流交通量
$X_i(t)$：時刻tにおける経路ｉ（ｉ＝1,2）上の存在台数
$S_i(t)$：時刻tにおける経路ｉ（ｉ＝1,2）からの流出交通量
$Q(t)$：時刻tにおける需要交通量　　$U_i(t)$：時刻tにおける分流比率を与える制御変数

次に交通流に関する状態方程式　及び制約条件を導入すると、

$$\dot{X}_i(t) = Q_i(t) - S_i(t) \quad (i = 1,2) \qquad ①$$

$$U_1(t) + U_2(t) = 1 \quad U_i(t) \geq 0 \quad X_i(t) \geq 0 \quad (i = 1,2) \qquad ②$$ となる。

一方、経路ｉからの流出交通量$S_i(t)$（ｉ＝1,2）は一般に、状態変数である$X_i(t)$（ｉ＝1,2）の関数として与えられ、ここでは　次式のように交通量－密度曲線を放物線と仮定する。

$$S_i(t) = (A_i - B_i \cdot X_i(t)/L_i) \cdot X_i(t)/L_i \quad (i = 1,2) \qquad ③$$

ここに、L_i（ｉ＝1,2）経路ｉの区間長　A_i, B_i（ｉ＝1,2）は道路の規格により定まる定数である。

2－(2)　評価関数

動的等時間原則配分の場合、評価関数はいかに表わせるか。それは、Fig 2で示した斜線の部分の面積の総和を最小化する事に他ならない。その面積は、次式のように各経路の所要時間$t_i(x)$をx軸に積分したものの総和になる。

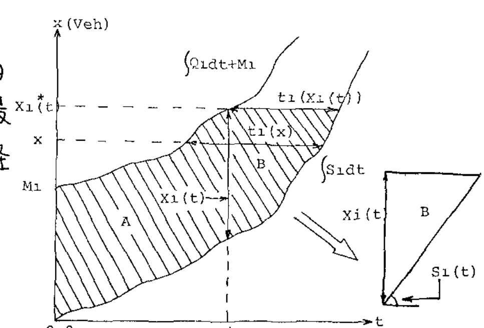

Fig. 2

$$J = \int_0^{X_1^*(t)} t_1\, dx + \int_0^{X_2^*(t)} t_2\, dx \qquad ④$$

次に、このＪを最小化すれば　等時間原則が成り立つこと

を示そう。それにはまず 次のようなラグランジュ関数を導入する。

$$\phi=\int_0^{X1^*(t)} t1\,dx+\int_0^{X2^*(t)} t2\,dx-\lambda(U1(t)+U2(t)-1) \qquad ⑤$$

ここに、λはラグランジュの未定乗数. Kuhn−Tuckerの定理より以下のようになる。

a) $U_i(t)>0$の時 $\frac{\partial\phi}{\partial U_i(t)}=\frac{\partial\phi}{\partial X_i^*(t)}\cdot\frac{\partial X_i^*(t)}{\partial U_i(t)}-\lambda=t_i\cdot\int_0^t Q(t)dt-\lambda=0 \quad \therefore t_i=\frac{\lambda}{\int_0^t Q(t)dt}$

b) $U_i(t)=0$の時 $\frac{\partial\phi}{\partial U_i(t)}=\frac{\partial\phi}{\partial X_i^*(t)}\cdot\frac{\partial X_i^*(t)}{\partial U_i(t)}-\lambda=t_i\cdot\int_0^t Q(t)dt-\lambda\geq 0 \quad \therefore t_i\geq\frac{\lambda}{\int_0^t Q(t)dt}$

このように、利用される経路については 所要時間t_i＝Const.となり等時間原則配分がなされる事が証明された。以上により、問題は状態方程式①及び制約条件②のもとで 評価関数④を最小化するという非線形最適化問題として定式化されたわけである。

2−(3) 最適化の手法

この問題において、状態方程式が非線形の微分方程式となっているために 解析的に解くのは困難である。そのため、適当な時間々隔で変数を離散化することが必要である。ここでは、その手法として離散形最大原理を適用する。又、評価関数Jの積分範囲が経路ごとに異っているため このままでは最大原理が適用できない。そこで、Fig.2に示したように斜線部をAとBに分割し Bを三角形で近似することにすると 新たに評価関数は次のようになる。

$$J=\int_0^t (X1(t)+X2(t))dt+\frac{X1^2(t)}{2S1(t)}+\frac{X2^2(t)}{2S2(t)} \qquad ⑥$$

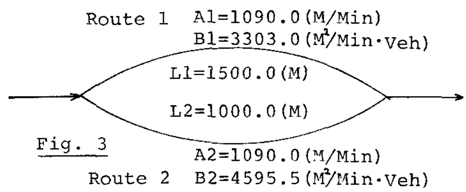

Fig. 3

3. 計算例

モデルとしては 1OD、2経路の道路網を考え、経路1を3車線の新設バイパス道路、経路2を2車線の既存道路とした。又、各道路に固有の定数A_i,B_i,L_iはFig.3のように定めた。次に、制御時間は60分で1分刻みとし 流入交通量は 10分ごとに変化し 順に$Q(t)$＝70,75,85,75,80,85(台／分)とした。以上の設定のもとで求めた解の一部をTable 1.に示す。ここに、$T_i(i=1,2)$は各経路の所要時間である。この結果を見れば需要交通流は 所要時間の短い経路に流されていることがわかる。以上の計算例は 単純な1OD、2経路の道路網を採用したが、多経路多ODの道路網への拡張は今後の課題である。又、分岐部での交通量配分制御の実用性という見地からすれば、強制的に流すというよりも予想される所要時間の短い経路を分岐部で表示し、その経路の選択に関しては 各ドライバーの自由意志に任せるのが妥当だと思われる。

TIME(Min)	Q(Veh/Min)	U1	U2	T1(Min)	T2(Min)	DT(Min)
*	*	*	*	*	*	*
40.0	75.0	1.0	0.0	1.568	1.783	-0.216
41.0	80.0	0.0	1.0	1.663	1.468	0.195
42.0	80.0	0.0	1.0	1.728	1.426	0.302
43.0	80.0	1.0	0.0	1.582	1.986	-0.404
44.0	80.0	0.0	1.0	1.671	1.484	0.186
45.0	80.0	0.0	1.0	1.732	1.434	0.298
46.0	80.0	1.0	0.0	1.583	2.006	-0.424
47.0	80.0	0.0	1.0	1.671	1.487	0.184
48.0	80.0	0.0	1.0	1.732	1.435	0.297
49.0	80.0	1.0	0.0	1.583	2.006	-0.428
50.0	80.0	0.0	1.0	1.671	1.507	0.165
51.0	85.0	0.0	1.0	1.760	1.472	0.289
52.0	85.0	1.0	0.0	1.597	2.176	-0.579
53.0	85.0	0.0	1.0	1.862	1.341	0.521
54.0	85.0	1.0	0.0	1.621	1.928	-0.306
55.0	85.0	0.0	1.0	1.711	1.531	0.180
56.0	85.0	0.0	1.0	1.771	1.483	0.288
57.0	85.0	1.0	0.0	1.599	2.200	-0.601
58.0	85.0	0.0	1.0	1.864	1.344	0.520
59.0	85.0	1.0	0.0	1.622	1.934	-0.312
60.0	85.0	0.0	1.0	1.842	1.443	0.399

DT=T1-T2

Table 1.