IV－3　不動点アルゴリズムによる交通均衡の計算法

岐阜大学工学部　正　員　宮城俊彦
岐阜大学工学部　学生員　○野々山弘紀

1．はじめに

本研究は、ネットワーク均衡問題に対し不動点アルゴリズムの考え方に基づく新しい均衡条件の誘導と，その解法を提案することを目的としている。従来のWardrop均衡[1]モデルは，Beckmann[2]らによる均衡モデルにみられるように非線型凸計画問題として定式化し，その結果得られる均衡解がWardrop均衡を満足するという説明がなされた。しかし、この方面からのアプローチではパフォーマンス関数や需要関数が積分可能であるという制約があり，これによって解法の適用範囲が限定されていた。これに対し不動点アルゴリズムに基づく方法は、Wardropが述べた均衡条件を直接解こうとするものであり，より現実的な交通均衡をモデル化することが可能であると考えられる。

2、不動点アルゴリズムによる需要固定型均衡問題の解法 ── 単一ODの場合 ──

まず，各経路交通量を X_i（$i=1,\cdots,N$, N:経路数）とし，ODペア間の総需要量をDとすると次式が成立する。

$$\sum_{i=1}^{N} X_i = D \qquad (1)$$

また，$x_i = X_i / D$ を定め，この x_i を単位経路交通量と呼ぶ。このとき　$\Sigma x_i = 1$　が成立する。

単位経路交通量 x_i を表示するのに図-1に示す重心座標を用いる。一般に x_i を表わす空間を単体と呼び，頂点の数は N，次元は式(1)のため $N-1$ となる。

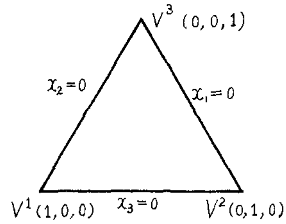

図-1　N=3, n=1の単体

またこの単体上の点 x は単体の端点の座標を $V^1, V^2, \cdots V^N$ とすると次式で与えられる。

$$x = x_1 V^1 + x_2 V^2 + \cdots\cdots + x_N V^N \qquad (2)$$

ただし，$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0, \cdots\ x_N \geq 0$ かつ $x_1 + x_2 + \cdots + x_N = 1$

図-1は1個の単体であるが，これは $n=2,3\cdots$ と次数を大きくすることによって n 次に重心分割することができる。分割された小単体上の端点の座標は次式によって示される。

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{1}{n}(k_1, k_2, \cdots, k_N) \\ \text{ただし, all } k_i \geq 0, \Sigma k_i = n \end{array}\right\} (3)$$

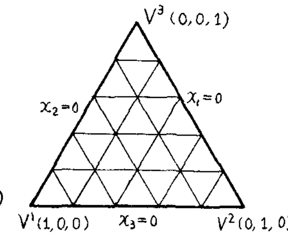

図-2　N=3, n=5の重心分割

不動点アルゴリズムによる均衡解を求めるため端点 x につけるラベル付けの規則について述べる。

> 規則1　交通流 X に対し
>
> $$C_h(X) = \max_{j, X_j > 0} C_j(X) \qquad (4)$$
>
> ここに $C_j(\cdot)$ は X が与えられたときの経路 j の走行時間を表わす。このとき X に対応した単位交通量 x でのラベルは
>
> $$L(x) = h \quad h \in \mathbb{P}\ (\mathbb{P}: 経路番号の集合) \qquad (5)$$
>
> で与えられる。

定義　分割された小単体上の端点のラベルの集合 $\mathcal{L}$ が　$\mathcal{L} = (1, 2, \cdots, N)$ とN個の異なったラベル付けがされたとき，$\mathcal{L}$ は完備であるという。

このラベル付けの規則と，均衡解の間には重要な2つの補題がある。

> 補題1　$\bar{X}$ を均衡解とするならば，そのとき $\bar{X}$ の ε-近傍において規則1に従う完備なラベルが存在する。

> 補題2　単体Sの端点に完備なラベルがつけられたならば，そのときS上の端点は均衡解 $\bar{X}$ の ε-近傍を与える。

上述の2つの補題の証明については，既に報告済みである[3]。

完備なラベルをもった小単体を求めるために、次に定義するピボット操作を行なう。

定義　ピボットとは単体内の任意の小単体において小単体を構成するある1つの端点を削除し、残った端点より作られる面を通ってその面を共有する小単体の新しい端点を決定することである。

以上規定した操作より完備なラベルをもった小単体を見つけ出し，この小単体を新たな単体と考えさらに分割を細かくし，所与の精度を満足するまで計算をくり返す。

3．単一ODから複数ODへの拡張

単一ODから複数ODへの拡張は容易に行い得る。ただし，この場合問題となるのは均衡交通流を考える単体の定義と，それに共なうラベル付けの規則である。

一般に，均衡交通流を与える空間は次式で示される。

$$S_{n_1}\times S_{n_2}\times\cdots\cdots\times S_{n_p} \quad (6)$$

ここで，S_{n_k} はODペアkの交通流の空間であり、n_kはODペアkの経路数を示す。各ODペアごとに式(1)が成立するので単体の次元は式(7)で与えら

$$n_1+n_2+\cdots\cdots+n_p-p \quad (7)$$

れ，頂点の数Nは（次元数＋1）つまり，式(8)のようになる。

$$N=n_1+n_2+\cdots\cdots+n_p-p+1 \quad (8)$$

また，これらの頂点に対するラベル付けの規則は以下に示す2つの操作から成る。

各ODペアには$n_1,n_2,\cdots n_p$本の経路が存在し，全ての経路に通し番号をつける。そしてODペアごとに最大コストをもった経路を見つけ出す（ラベル付け操作）。見つけ出された経路の経路番号を単体の頂点の数，つまり1からNの内の自然数に変換する（ラベル変換操作）。この2つの操作より、単体のN個の頂点に，1からNまでの異なった自然数がつけられたとき，すなわち完備なラベルが張られたとき、単体は均衡解を満足する。ラベル付け操作は規則1に準ずるが，ラベル変換操作の規則および証明については紙面の都合上割愛する。

4．計算結果

図-3に示す複数ODをもつネットワークへの不動点アルゴリズムの適用結果を表-1に示す。

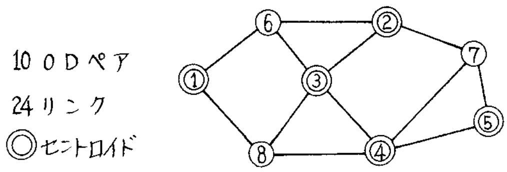

図-3　対象ネットワーク

表-1　経路交通量と経路所要時間

ODペア（需要量）	ルート.フロー	ルート コスト	ルート フロー	ルート コスト
1-2 (292)	292.0	17.8	0.0	37.2
1-3 (280)	199.0	27.5	81.0	27.5
1-4 (332)	166.0	37.6	166.0	37.6
1-5 (318)	318.0	30.5	0.0	44.7
2-3 (304)	304.0	9.7	0.0	25.3
2-4 (406)	406.0	19.8	0.0	27.5
2-5 (216)	216.0	12.7	0.0	34.6
3-4 (361)	11.0	17.8	350.0	17.8
3-5 (280)	280.0	22.4	0.0	24.9
4-5 (410)	410.0	7.1	0.0	25.3

なお，走行時間関数としては，B.P.R関数を用いている。

5．おわりに

本研究で提案した不動点アルゴリズムは，複数のODをもつネットワークへの適用であった。また，このアルゴリズムによればモード均衡問題への適用も可能であり，今後より一般的な交通均衡問題の解法として発展させていく予定である。

参考文献

(1) Wardrop, J.G.：Some theoretical aspects of road traffic research, Proc. Inst. Civil Engineers, Part Ⅱ, Vol 1, pp.325～378, 1952
(2) Beckmann, M.J., C.B.McGuire and C.B.Winsten：Studies in the economics and transportation, Yale University Press, pp.46～101, 1956
(3) 加藤，宮城，野々山：不動点アルゴリズムによる交通均衡の計算法，第4回土木計画学研究発表会講演集，1982