II－8　獲得情報量最大仮説にもとづく長期流出モデル
―厳密解の実流域への適用―

信州大学工学部　正員　荒木正夫
信州大学工学部　正員　寒川典昭
信州大学大学院　学生員　○甲田和彦

1．序論　本研究は，長期流出系に「獲得情報量最大仮説」を置くことによって導出された厳密解[1),2),3)]を実流域へ適用する上での数値解法を述べ，その適用結果を検討するものである．

2．状態遷移確率の算定　厳密解を求める問題は，次の(1)式を，下の(2),(3),(4),(5)式の制約条件のもとで最大にする問題，すなわち，最適化問題とみなせる．

$$I' = \frac{-\sum_j P_j \ln P_j + \sum_{ijs} P_i \cdot Q_s \cdot p_{is(j)} \ln p_{is(j)}}{\sum_{ijs} P_i \cdot Q_s \cdot p_{is(j)}\, l_{ijs}} \quad \text{------------(1)}$$

$$\sum_{i,s} P_i Q_s p_{is(j)} = P_j \quad \text{----(2)} \qquad \sum_i P_i = 1 \ \text{又は}\ \sum_j P_j = 1 \quad \text{----(3)}$$

$$\sum_s Q_s = 1 \quad \text{----(4)} \qquad \sum_j p_{is(j)} = 1 \quad \text{----(5)}$$

ここに，P_i は状態確率，Q_s は降雨確率，$p_{is(j)}$ は状態遷移確率であり，l_{ijs} は，特定時間内にもたらされる水分子の量に比例したパラメータと考えられる特性値である．

この問題を，Lagrange の未定乗数法によって解くと，

$$p_{is(j)} = \frac{V_j \exp(C \cdot l_{ijs})}{\sum_j V_j \exp(C \cdot l_{ijs})} \quad \text{-------(6)}$$

となる．ここで，$V_j = \exp(-m \cdot \theta_j)$，（$m$；(1)の分母，$\theta_j$：未定乗数），$C$ は I' の極大値である．また，V_j は，

$$V_j \sum_{i,s} \frac{P_i Q_s \exp(C \cdot l_{ijs})}{\sum_j V_j \exp(C \cdot l_{ijs})} = P_j \quad \text{-------(7)}$$

を満足しなければならない．一方，$p_{is(j)}$ に関する特殊解は，Lagrange関数を $p_{is(j)}$ で微分して 0 とおいた式に Q_s を乗じ，s について加えると求まる．これを(2)式に代入すると，

$$\sum_{i,s} \left\{ \frac{P_i \ Q_s \exp(C\ l_{ijs})}{\sum_j P_j \exp(C \cdot l_{ijs})} \right\} = 1 \quad \text{--------(8)}$$

となり，未知数Cを決定する一つの方程式を与える

3．算定過程

1° P_i，Q_s，l_{ijs}　($i,j = 1, 2, \cdots, 12$; $s = 1, 2, \cdots 6$) を算出する．

2° 1°で求めた P_i，Q_s，l_{ijs} を用いて，(8)式を満足する12個のCの値を求め，その平均値を

C_mとおく.

3° C_mを初期値として，目的関数を(1)式，制約条件を(7)式と $V_j \geqq 0$として，(1)式のI'を最大にするV_jの組と，その最大値 $C = max\ I'$を コンプレックス法[4]を用いて求める.

4° 求まったC，V_jより$p_{is}(j)$を算出する

4. 実流域への適用と考察

3. の方針に従って，実流域への適用を行なった. Table 1は，特性値を貯留量の自然逓減曲線から評価して，由良川流域荒倉地点に適用した結果のうち，E_4からE_j ($j=1,2,\cdots,12$)への遷移確率を算定したものである. これらの算定においては，2°で評価された値 $C_m=2.94$ を初期値としてI'を計算し，それを最適のCとみなして，エルゴード性の制約条件を満足するV_jから$p_{is}(j)$を求めるという操作をI'とCが一致するまで繰り返している.

Table 1 Transition probability of runoff states, $P_{is}(j)$, in the case of E_4, where the upper and the lower value of each blocks represent the calculated and the observed value, respectively.

R_s \ E_j	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9
R_1	0.130	0.111	0.288	0.471					
			0.102	0.898					
R_2	0.130	0.111	0.288	0.471					
			0.021	0.968	0.011				
R_3	0.130	0.111	0.288	0.471					
			0.038	0.654	0.308				
R_4	0.106	0.085	0.178	0.210	0.421				
				0.375	0.625				
R_5	0.081	0.064	0.126	0.119	0.172	0.438			
					0.714	0.286			
R_6	0.072	0.056	0.108	0.094	0.104	0.152	0.175	0.239	
						0.333		0.333	0.333

このようにして，流出系に「獲得情報量最大仮説」を置くことによって導出された厳密解を実流域に適用することができ，理論的に完備した長期流出モデルを組み立てることができた. その結果，厳密解は，(1)全般的に実測値を説明しているが，(2)実測値より低位の状態への遷移確率を大きくする傾向がある. しかし，資料が整備されてくるに従って低確率群の実現が可能となるため，両者の一致度は高まることが予想される.

一方，問題点として，次の2項が掲げられる. (3)実測値は存在するが，理論値が与えられていないところの遷移確率を評価するために特性値の改善が求められる. (4)厳密解の計算には多くの時間とコストが費やされる.

5 あとがき

今後，不確定な流出現象をストカスティックにとらえたこのモデルを他流域へ適用するとともに，気象状態をも取り入れたモデル構築を図りたいと考えている.

尚，適切な助言を頂いた京大防災研水資源センター池淵周一教授に深謝いたします.

(参考文献)

1) 高棹・池淵・寒川；長期流出のエントロピーモデル，第35回土木学会年講，昭和55年9月
2) 高棹・池淵・寒川：長期流出のエントロピーモデル，—状態遷移確率法—，第36回土木学会年講，昭和56年10月
3) 高棹・池淵・寒川：エントロピーモデルに関する2・3の考察：京大防災年報，第24号 B-2
4) 例えば，山本・小山訳：コワリック・オスボーン：非線形最適化問題，培風館