Ⅱ－－7　　流量相関を考慮した貯水池の貯水量分布の計算

名古屋工業大学　正　員　長尾正志
名古屋工業大学　○学生員　依田　真

1. まえがき　著者らは従来マルコフ連鎖の理論の応用により，流入量，貯水量，放流量等を離散的に取り扱うことにより，渇水時の貯水量の定常分布[1]等の計算法を提示してきた。本研究ではマルコフ連鎖の理論では応用が難しい従属の流量系列に対して，全体的に，連続分布として実用性の高いガンマ分布を用いて，貯水量分布の計算法を考察する。さらに，従来は一定値としていた放流量を放流量時間曲線として変数に組み入れ，それぞれの放流量系列に対する期待総放流量を計算し，渇水時における貯水池の実時間操作へのアプローチを行なう。

2. 流入量の和分布のモデル化[2]　本節は参考文献2)の理論を貯水池への流入量について適用したものであり，紙面の都合上(Ⅰ)式等の誘導は省略し，以下理論の要点を箇条書きする。

2.1 ガンマ型2変量の和の分布　相関をもったガンマ分布に従う変量の和分布はもはやガンマ分布ではなく，すなわち再生性は厳密には成立しない。しかし，任意の単位期間ごとの流入量がほぼガンマ分布に従うことが予測されることから，和分布の近似解としてガンマ分布を考える。

(1)，適当な単位期間T(日)ごとの流入量に対して，計算の基準となる流況の経験分布を求める。

(2)，上記の経験分布に対して周辺分布が同一な2変数ガンマ分布の母数を推定する。(ν；形状母数，σ；尺度母数，ρ；相関母数)推定した母数を$\nu(1)$，$\sigma(1)$，$\rho(1)$と書き，流入量X_iがこのガンマ分布に従うことを　$X_i \in G(\nu(1),\sigma(1),\rho(1))$　と表記する。

(3)，X_iの和分布，$\{X_1+X_2\}$の分布が同様にガンマ分布に従うと考え，すなわち，$X_1+X_2 \in G(\nu(2),\sigma(2),\rho(2))$ とすれば，$\nu(2)$，$\sigma(2)$は(Ⅰ)式より求められる。

(4)，(3)と同様に$\{(X_1+X_2)+(X_3+X_4)\}$が$\{(X_1+X_2)+(X_3+X_4)\} \in G(\nu(4),\sigma(4),\rho(4))$であれば，$\nu(4)$，$\sigma(4)$は(Ⅰ)式で$n=2$とおいて求められる。

$$\left.\begin{aligned} \nu(2^n) &= \frac{2\nu(2^{n-1})}{1+\rho(2^{n-1})} \\ \sigma(2^n) &= \sigma(2^{n-1})\{1+\rho(2^{n-1})\} \end{aligned}\right\} \quad (\text{I})$$

(5)，(Ⅰ)式により求められた母数，$\nu(2^n)$，$\sigma(2^n)$ ($n=0,1,2\cdots$)について，$\nu(N)$，$\sigma(N)$と和の数Nとの間に曲線回帰を行ない，2^n以外の和の分布の母数を内挿する。

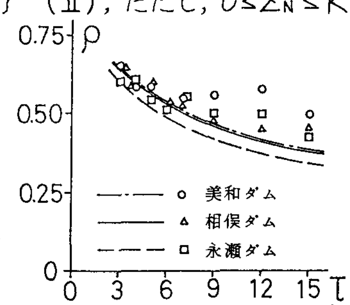
(6)，貯水池での連続の式(Ⅱ)式より，$\{X_1+X_2+\cdots+X_N\}$の確率分布が得られれば，貯水量Z_Nの分布が求められる。　$Z_N=Z_0+\{X_1+X_2+\cdots+X_N\}-\{m_1+m_2+\cdots+m_N\}$　(Ⅱ)，ただし，$0 \le Z_N \le K$

K；貯水池容量，Z_i；時刻iでの貯水量，m_i；時刻iでの目標放流量

2.2 自己相関性のモデル化　(Ⅰ)式によりガンマ型多変量の和の分布形状は求められるが，それには流入量時系列$\{X_i\}$に関する自己相関の特性を把握しなければならない。そこで，相関母数$\rho(i)$について以下に検討する。流入量時系列X_iとX_{i+1}の関係として最も単純に次式

$$\frac{X_{i+1}-m}{\alpha}=\rho\frac{X_i-m}{\alpha}+\omega(i)\cdots\cdots(\text{i})$$

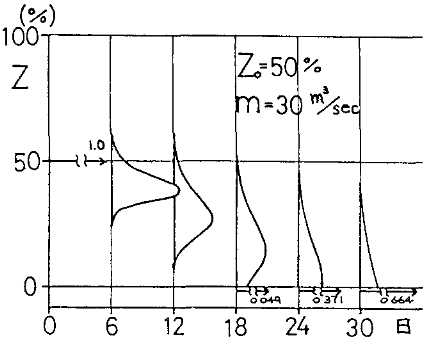
の線型1次の自己回帰モデルを仮定する。当然$E[\omega(i)]=0$



図－1

である。一方，ずれてτの自己相関係数は $\rho_\tau=E[(X_i-m)(X_{i+\tau}-m)]/\sigma^2$ ····(ii) であり，(i),(ii)式から次の結果が得られる。 $\rho[2]=\rho^2+E_r$，$E_r=E[\omega_{i+1}\cdot X_i]/\sigma$ なお，X_iが2変数ガンマ分布に従う変量のときのE_rの評価は省略するが，結局は$E_r=0$となり，したがって，$\rho[2]=\rho^2$ となる。一般的には(Ⅲ)式が成立する。 $\rho[\tau]=\rho^\tau$ (Ⅲ)

3．貯水量分布の計算 2節の理論により実際の流況について計算例を示す。天竜川水系・美和ダムにおいて，冬期渇水期12月～2月の3ヶ月間の16年間の平均流況を用い，単位期間T＝3日として計算を行なった。流入量の諸特性は，平均$m=17.1$ m^3/sec，分散$\sigma^2=42.7$，自己相関係数$\rho=0.65$である。図－1に流入量の自己相関性の理論曲線（Ⅲ式）と実際の計算値を他の2地点も合わせて図示した。図－2は貯水量分布の遷移を示したもので，縦軸は貯水量Z，横軸は経過時間であり，初期貯水量$Z_0=50\%$，目標放流量$m=30\,m^3/sec$である。貯水量が零以下になる確率を渇水確率と呼べば，18日以降から渇水確率が零でなくなり，30日では0.66と高い値を示している。

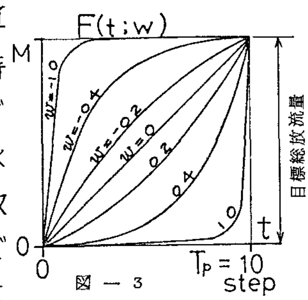


図－2

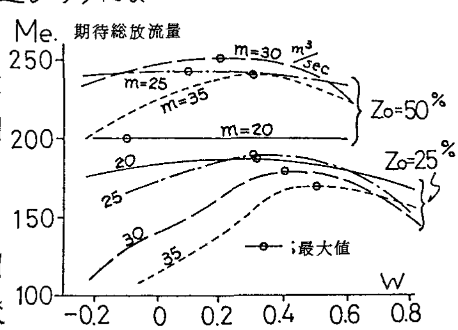
4．期待総放流量の計算 貯水池の利水機能の評価の第1歩として次の様な放流目標を設定する。T_pを目標期間，Mを目標総放流量とすれば，あるTp，Mに対して放流量の期待値を最大にするような最適放流系列を求める。そこで，代表的な放流量系列として図－3に示す放流量時間曲線$F(t;w)$を設定する。wは曲線形を決定するパラメータであり，その物理的な意味は，放流に対する『時の重み』を表わすと考えられる。

$$F(t;w)=\begin{cases}\dfrac{M}{T_p}\cdot t\cdot \exp\{w^2(t-T_p)\} & 0\le w\le 1\\ M-\dfrac{M}{T_p}(T_p-t)\exp(-w^2t) & -1\le w<0\end{cases}$$

本計算例では，Tp＝10step（1step＝3日）とし，4ケースのM[m^3]について期待総放流量を計算した。図－4の$m[m^3/sec]$はM[m^3]の単位を変換したものである。期待総放流量Meとは各stepの放流量にそのstepの充足率（1.0－渇水確率）を乗じ，全stepについて合計した期待値である。図－4に期待総放流量についての計算結果を示した。横軸は放流量時間曲線のパラメータである。総放流量が一定であっても放流量系列の選び方（wの選び方）によりMeの値は大きく変わり，特に，mの増加によりその傾向は著しい。従来の放流量一定の計算条件（$w=0$に相当）では厳しい渇水に対しては充分でないことがわかる。また，初期貯水量の減少に伴い，目標総放流量の最大値は30m^3/secから25m^3/secに減少し，それに対するパラメータも0.2から0.3へ変化し，節水の傾向が強くなる。結論として，渇水対象期間内において期待総放流量を大きくとりたい場合には，放流の仕方により利水効率が大きく左右されるといえる。



図－3



図－4

参考文献，1)長尾正志・武田吉隆：流量相関を考慮した利水用貯水池の機能評価に関する確率過程論の応用，第23回水理講 PP.247－255　2)長尾正志：確率雨量配分率曲線の理論的推定，土木学会論文報告集 第243号，PP.33－46