

金沢大学工学部 正会員 梶川 康 男

## 1 ま え が き

歩道橋の設計時には、活荷重によるたわみ制限として支間長の  $1/600$  が用いられ、振動照査を行った場合には  $1/400$  まで緩和してもよいように規定されている。このたわみ制限が振動に対して有効であるか否かについての議論が長い間、されてきたにもかかわらず、いまだに結論が出ていないのが現状である。その原因に、日本では群集状態での振動照査を考えてきたために確率的な考察が多かったことと具体的な照査法が確立されていないことが挙げられる。<sup>1)2)</sup> そこで、本文では振動照査法を示し、活荷重によるたわみ制限値との関係について考察を加えた。

## 2 振動使用性に対する照査法

歩行者による衝撃外力を  $f(t) = f_0 \cos \omega t$  で表わし、また振動モードが正弦級数  $\phi_n(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm} \sin \frac{m\pi x}{l}$  で表わされるものとする、各振動モードに対する運動方程式は次式で示される。ただし、級数  $A_{nm}$  は正規化条件  $\sum_{m=1}^{\infty} A_{nm}^2 = 2/ql$  を満たすものとする。

$$\ddot{y}_n + 2\beta_n \dot{y}_n + \rho_n^2 y_n = \frac{f(t) \phi_n(vt)}{\int_0^l \phi_n^2(x) dx} = f_0 \cos \omega t \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm} \sin \frac{m\pi vt}{l} \quad (1)$$

ここに、 $\beta_n$ : 減衰定数,  $\rho_n$ : 固有振動数,  $v$ : 荷重の移動速度,  $l$ : 橋長である。そして、式(1)の解はつぎのように表わされる。

$$y_n(t) = \frac{f_0}{2} \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm} \left\{ e^{-\beta_n t} (C_1 \cos \rho_n t + C_2 \sin \rho_n t) + \tau_1 \sin(\rho_n t - \theta_1) + \tau_2 \sin(\rho_n t - \theta_2) \right\} \quad (2)$$

ここに、 $\rho = \rho_n \sqrt{1 - \beta_n^2}$ ,  $\rho_1 = \frac{m\pi v}{l} + \omega$ ,  $\rho_2 = \frac{m\pi v}{l} - \omega$ ,  $\theta_1 = \tan^{-1} \frac{2\beta_n \rho_n \rho_1}{\rho_n^2 - \rho_1^2}$ ,  $\theta_2 = \tan^{-1} \frac{2\beta_n \rho_n \rho_2}{\rho_n^2 - \rho_2^2}$ ,  $\tau_1 = 1/[(\rho_n^2 - \rho_1^2)^2 + (2\beta_n \rho_n \rho_1)^2]$ ,  $\tau_2 = 1/[(\rho_n^2 - \rho_2^2)^2 + (2\beta_n \rho_n \rho_2)^2]$ ,  $C_1 = \tau_1 \sin \theta_1 + \tau_2 \sin \theta_2$ ,  $C_2 = \{\rho_n \rho_n (C_1 - (\tau_1 \rho_1 \cos \theta_1 + \tau_2 \rho_2 \cos \theta_2))\}/\rho$  である。各モードごとに  $y_n(t)$  を求めれば着目点の変位は  $y_n(x, t) = y_n(t) \phi_n(x)$  となる。

(1) 最大応答スペクトル図による計算 式(2)の〔〕内を計算した

結果が図-1 である。図-1 の値  $[R_0]$  を用いると最大変位は次式となる。

$$y_{n, \max}(x) = \frac{f_0}{2} \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm} [R_0] \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm} \sin \frac{m\pi x}{l} \quad (3)$$

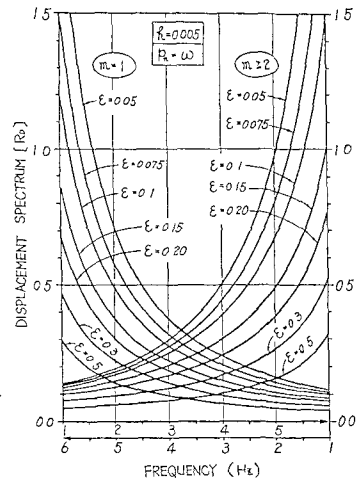
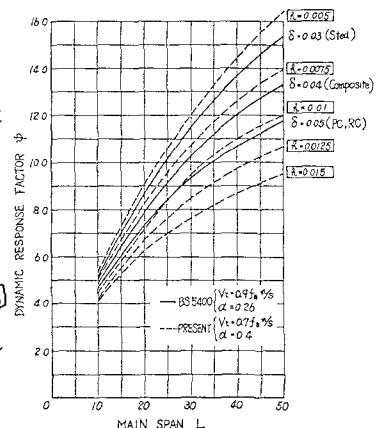
他の固有値解析によって  $A_{nm}$  を求めれば  $y_{n, \max}(x)$  は求められる。

(2) 動的応答係数による計算

歩行者が最低次の振動と共振するものとする、最大応答変位は次式で表わされる。

$$y_{1, \max}(x) = \left\{ \frac{P}{\omega_1^2} \left( \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} [R_0] \omega_1^2 = K y_s \psi \quad (4)$$

ここに、 $K = \frac{1}{\omega_1^2} \left( \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1} \right)^2 / \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_m^2} \left( \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1} \right)^2$ ,  $y_s = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{P}{\omega_m^2} \left( \sum_{m=1}^{\infty} A_{m1} \right)^2$ ,  $\psi = \frac{1}{2} [R_0] \omega_1^2$  であり、 $K$  は形状係数,  $y_s$  は  $P$  による静たわみである。 $\psi$  は図-1 の  $[R_0]$  の応答スペクトル値に  $\frac{\omega_1^2}{2}$  を乗じたものであるが、歩行者の移動速度を橋の固有振動数と比列する形で表わすと図-2 に示したように、ある支間長と減衰定数に対して  $\psi$  はほぼ一定値となる。BS5400<sup>3)</sup> を同様の計算を提案しており、その値を図中の実線で示した。

図-1 応答スペクトル図  $[R_0]$ 図-2 動的応答係数  $\psi$

## (3) 振動照査法

歩道橋の振動使用性を照査する荷重状態として表-1のような3つの状態を考

え、その基本式を次式で表わすことにする。

$$\gamma_s \gamma_f S^* \leq \gamma_R R^* \quad (5)$$

各係数 $\gamma_s, \gamma_f, \gamma_R$ については使用性指標を用いた2次元モーメント法の線形化近似法により表-1のような値となる。そして、 $R^*$ は振動じよ限度の基準値であり、振動刺激の基準値 $S^*$ は式(3)あるいは(4)から求められる応答変位の最大値から $\gamma_R \omega_n \gamma_n \max$ として与えられる。ここで、換算係数 $\gamma_f$ はほぼ0.3である。式(5)による照査の流れを図-3に示した。

## ③ たわみ制限とのキャリブレーション

表-1の照査法の1つである

Personal State ( $\gamma_s=1, \gamma_f=1$ ) での照査では式(5)はつぎのようになる。

$$S^* = \gamma_f S_{\max} \leq R^{**} = (1 - k_R \gamma_R) R^* \quad (6)$$

ここで、動的応答係数 $\psi$ を用いると  $S_{\max} = \omega_n K y_s \psi$  (7)となる。図-2において減衰定数を0.005とすると  $\psi \approx 1.07 \ell^{0.7}$  で表わされる。

そして、1人の歩行者集中荷重 $P$ による最大静たわみ $y_s$ と設計分布活荷重 $q_L$ との関係は  $y_s = \chi P / q_L$  となる。ここに、 $q_L$ は単位長さあたりの設計活荷重(現行では幅員を $B_m$ とすると、 $3.5 B_m \text{ kg/cm}$ )、 $\ell$ は主スパン長/活荷重による最大たわみ値、である。 $\chi$ は次式で表わされる。

$$\chi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n^2} \phi_n^2(x) / \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n^2} \phi_n(x) \int_{x_1}^{x_2} \phi_n(x) dx \right] / (x_2 - x_1) \quad (8)$$

式(6)にそれぞれを代入し、 $P=60 \text{ kg}$ 、 $B=2 \text{ m}$ とすると式(6)は次式となる。

$$\alpha \geq 17.3 f_B \chi K \ell^{0.7} / R^{**} \quad (9)$$

さらに、1次振動数を  $f_B \approx 36.46 \ell^{-0.73}$  で表わすと、

$$\alpha \geq 630 \chi K \ell^{-0.03} / R^{**} \quad (10)$$

ところが、 $\ell^{0.03}$ は実際のスパン長の範囲でほぼ1.1であることから式(10)の $\alpha$ の下限値が $\chi, K, R^{**}$ により求められる。その一例として、単純桁、等2径間・3径間連続桁について下限値を示した。表-2によれば、現行のたわみ制限値 $\alpha=400, 600$ が橋梁形式によって多少異なるが、5~10%の使用性レベルに対応していることがわかる。しかし、限界状態設計法においては限界状態が明確であることが重要であり、たわみの照査によるよりも振動の照査の方が望ましいと考えている。

《参考文献》1) 梶川・小堀：動的応答が見えた歩道橋の使用

性に関する確率論的考察，土木学会論文報告集第266号，pp.51-61, 1977。

2) 梶川・小堀：振動感度を考慮した歩道橋の確率論的設計，土木学会論文報告集第28号，pp.21-36, 1979。

3) BSI: Steel, Concrete and Composite Bridge, Part 2: Specification for Load. BS5400: 1978。

4) 松本・佐藤・西岡・堀尻：歩行者の特性を考慮した歩道橋の動的設計に関する研究，土木学会論文報告集第205号，pp.63-70, 1972。

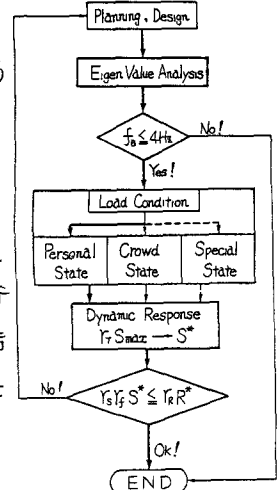


図-3 振動照査の流れ

表-1 各状態の係数の内容

| 荷重状態            | Personal                                                                                                                                                   | Crowd                                                                                                  | Special                                                                                                           |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                 | Single Walker                                                                                                                                              | Crowd Walkers                                                                                          | Single Jogger                                                                                                     |
| 適用振動数           | 1~3 Hz                                                                                                                                                     | 1~3 Hz                                                                                                 | 2~4 Hz                                                                                                            |
| 振動照査の基準値 $R^*$  | 1.7% (RMS)<br>[少し歩きにくい]                                                                                                                                    |                                                                                                        | 2.7% (RMS)<br>[大に歩きにくい]                                                                                           |
| 反応係数 $\gamma_R$ | $1 - k_R \gamma_R$                                                                                                                                         | $\gamma_R \leq 5$<br>$\gamma_R > 5$<br>$\gamma_R \leq 5 \sqrt{1 - \alpha \beta \gamma_R}$              | 1.0                                                                                                               |
| 目標とする歩行者数       | $P=5 \sim 10\%$                                                                                                                                            | $P=5 \sim 10\%$ かつ $1.3 \sim 1.65$                                                                     | 考慮しない                                                                                                             |
| 歩(走)行者数         | 1人                                                                                                                                                         | 設計に諸率 $\lambda$ / 歩                                                                                    | 1人                                                                                                                |
| 刺激係数 $\gamma_s$ | 1.0                                                                                                                                                        | $\gamma_s \leq 5$<br>$\gamma_s > 5$<br>$\gamma_s \leq 5 \sqrt{(1 + \alpha \beta \gamma_s) / \gamma_s}$ | 1.0                                                                                                               |
| 刺激係数 $\gamma_f$ | 0.4 $\gamma_B$                                                                                                                                             |                                                                                                        | $\gamma_f = \begin{matrix} (2.0 \text{ kg} & 0.4 \text{ kg}) \\ 2.5 & 1.0 \\ 3.0 & 1.0 \\ 4.0 & 2.0 \end{matrix}$ |
| 歩(走)行速度 $V$     | 0.7 $f_B$ %                                                                                                                                                | 1.4 %                                                                                                  | 1.4 $f_B$ %                                                                                                       |
| 振動係数 $\gamma_f$ | $\sqrt{5} (1 - \gamma_f) / 3(10)$                                                                                                                          |                                                                                                        | 1.0                                                                                                               |
| 備考              | $\gamma_B = 0.35, k_R = 0.84 (5\%), 0.25 (10\%),$ 基準値 $R^*$<br>$\gamma_R = 0.5, \alpha = 0.85, \gamma_s = \sqrt{4 \lambda V / 3 (1 + \gamma_s)}$ 基準値 $R^*$ |                                                                                                        |                                                                                                                   |

表-2 各形式のたわみ制限値と振動基準値

| 橋梁形式                          | 形状係数 $K$ | 式(8) $\chi$ | たわみ制限値 $\alpha$       |                |               | 振動基準値 $R^*$ (%) |              |
|-------------------------------|----------|-------------|-----------------------|----------------|---------------|-----------------|--------------|
|                               |          |             | $R^* = 1.2\%$<br>(5%) | 1.55%<br>(10%) | 1.7%<br>(20%) | $\alpha=400$    | $\alpha=600$ |
| 単純桁                           | 1.0      | 1.57        | 723                   | 560            | 510           | 2.17            | 1.45         |
| 等2径間連続桁                       | 0.71     | 1.61        | 524                   | 405            | 370           | 1.57            | 1.05         |
| 等3径間連続桁                       | 0.58     | 1.63        | 436                   | 337            | 308           | 1.31            | 0.87         |
| 3径間連続桁<br>(側径間 $\alpha=0.8$ ) | 0.76     | 1.64        | 574                   | 445            | 405           | 1.72            | 1.15         |
| 3径間連続桁<br>(側径間 $\alpha=0.6$ ) | 0.85     | 1.69        | 662                   | 513            | 467           | 1.99            | 1.32         |