

金沢大学 工学部 ○関 謙二
 金沢大学 工学部 正会員 吉田 博
 金沢大学 工学部 正会員 梶川 康男

1. まえがき 伝達マトリックス法は、解析手法として、理論体系が明確で、計算手順も機械的であり、また、有限要素法に比べて計算容量が著しく小さい。その反面、定式化が難しく、伝達計算過程での桁落ち、オーバーフローの可能性といった問題が存在している。本論文では、要素内でたわみ角を一定とする剛体-バネ系モデルを用いて、力学的つり合い条件、変形に関するつり合い条件といった初歩的な条件から容易に定式化を行い、また、従来の未知量伝達という方法から、物理量関係式の伝達という方法を採用し、桁落ち、オーバーフローに対処している。これから、材料非線形領域、梁柱の弾塑性解析を行なう。

2. 理論 Fig.1に示すような要素、すなわち、両端に回転の自由度をもつピン要素をもった要素を考える。この要素の1と2での曲率は、差分を用いて

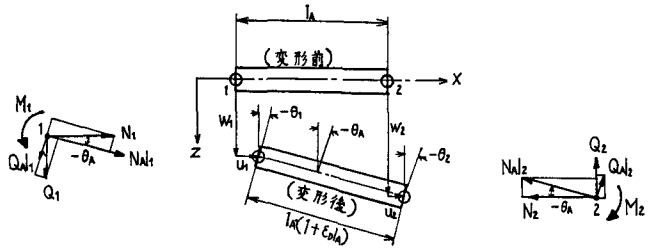


Fig.1 A new beam element

$$\left. \begin{aligned} K_{A11} &= \frac{2}{l_A} \{ (-\theta_A) - (-\theta_1) \} \\ K_{A12} &= \frac{2}{l_A} \{ (-\theta_2) - (-\theta_A) \} \end{aligned} \right\} (1)$$

となる。また、弾塑性域での応力-歪関係を弾性定数を C として、次のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= C \cdot \varepsilon_x + \sigma_{ox} \\ \varepsilon_x &= \varepsilon_D - Z \cdot K \end{aligned} \right\} (2)$$

したがって、合応力-歪関係は、1 については、

$$\left. \begin{aligned} N_{A1} &= -C_{11A} I_1 \cdot \varepsilon_D | A + C_{12A} I_1 \cdot K_{A11} + N_{0A} | I_1 \\ M_1 &= -C_{21A} I_1 \cdot \varepsilon_D | A + C_{22A} I_1 \cdot K_{A11} + M_{0A} | I_1 \end{aligned} \right\} (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} C_{11A} I_1 &= \int_A C \cdot dA, \quad C_{12A} I_1 = C_{21A} I_1 = \int_A C \cdot Z \cdot dA, \quad C_{22A} I_1 = \int_A C \cdot Z^2 \cdot dA \\ N_{0A} I_1 &= -\int_A \sigma_{ox} | I_1 \cdot dA, \quad M_{0A} I_1 = -\int_A \sigma_{ox} | I_1 \cdot Z \cdot dA \end{aligned} \right\} (4)$$

である。2 についても同様である。これより、要素内軸力一定と仮定し、変位-曲線関係が得られる。それと力学的つり合い条件、変形に関するつり合い条件より、1 と 2 における物理量の関係式が得られる。しかし、この求められた式は、非線形連立方程式であるため、直接には解けない。したがって、第 K 近似解を中心にテイラー展開し、二次以上の項を無視できる程度に小さいと仮定することにより増分形式の伝達マトリックスが導ける。なお、境界条件については、通常の伝達マトリックスで用いるものと同じである。

3. 数値解析結果と考察 数値計算例の一つとして、軸圧縮荷重と中央集中荷重を受ける柱の弾塑

性解析結果を示す。Fig.2に断面形状および材料定数を示す。

降伏は、 $Q=1.40\text{t}$ から始まっている。これは、

$$\sigma_y = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{I} y \quad (5)$$

を用いて計算した値、 $Q_y=1.40\text{t}$ と一致している。Fig.3は、荷重に対する中央部のたわみを示したもので、降伏してから荷重に対するたわみが大きくなっていくのがわかる。Fig.4は荷重によるたわみ形状を示したものである。

なお、解析は、要素数10とし、深さ方向には、Web部分12層、flange部分8層の20層に分割し、重心点評価を行なった。また、この解析において、ニュートン法も併用し、1ステップにつき最大繰返し回数40（弾性定数はステップごとに固定）で計算した。また、荷重増分は、降伏後、 0.10t づつ増加させた。

4. あとがき 本研究では、東大生研の川井忠彦教授の考案された、剛体-バネ系モデルを伝達マトリックス法に適用してみたもので、有限要素法に比べ、計算手法も簡単で、計算容量もかなり小さい。また、伝達マトリックス法の桁落ち、オーバーフローといった問題は、中村秀治氏の提案された方法（参考文献・3）と倍精度計算を併用することにより、かなり改善された。

参考文献 1) 梁柱の大撓み問題の解析，生研セミナーテキスト コース 57：物理モデルによる連続体力学諸問題の解析，PP128～131，1980年10月7日～9日

2) 梁柱の塑性安定問題の解析，生研セミナーテキスト コース 57：物理モデルによる連続体力学諸問題の解析，PP132～135，1980年10月7日～9日

3) 中村秀治 数値誤差の改善を考慮した伝達マトリックス法の提案，土木学会論文報告集，第289号，PP43～53，1979年9月

4) 北川 浩 塑性力学の基礎，日刊工業新聞社，1979年

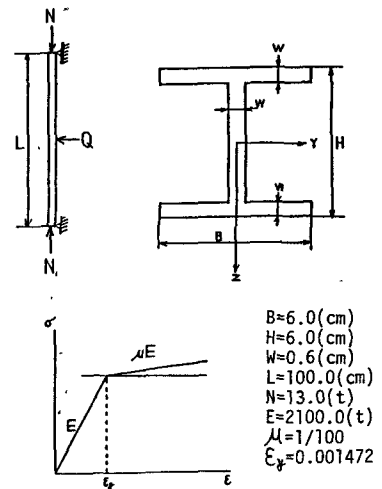


Fig.2 Sape & dimension

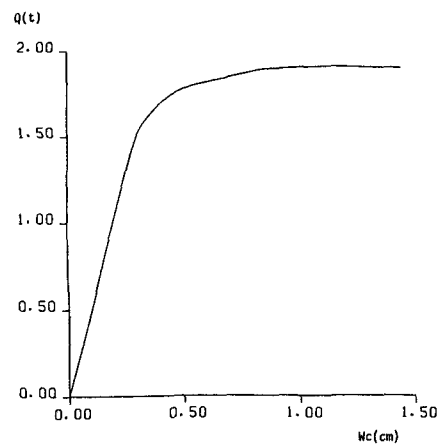


Fig.3 Load-center deflection curve

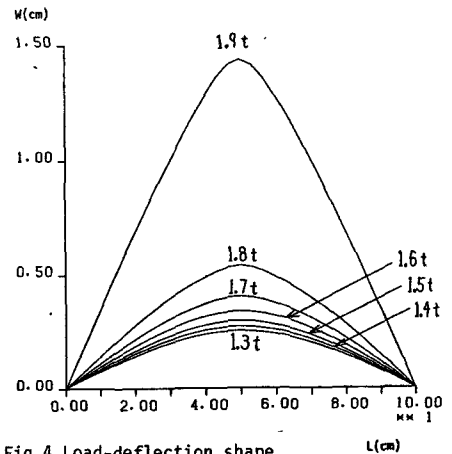


Fig.4 Load-deflection shape