

岐阜大学工学部 正員 加藤 晃
 岐阜大学工学部 正員 宮城 俊彦
 岐阜大学工学部 学生員 〇居 永勝春

1. はじめに

ネットワーク均衡問題とは、輸送ネットワークの地理的形態およびリンク特性が与えられた場合その輸送ネットワーク上の交通量の分布がどのようなになるかを予測する問題である。そして、適当な走行時間関数と需要関数が与えられれば、一般に、この問題は非線形凸計画問題として定式化でき、非線形最適化手法が応用できる。すなわち走行時間関数は、各道路区間における交通量と走行時間との関係を表わし、交通量に関して単調増加関数である。また需要関数は、あるOD間に分布する交通量とそのゾーン間の抵抗(所要コストまたは所要時間)との関係を表わし、コストに関して単調減少関数である。この解析手法としてこれまで⁽¹⁾に勾配法とFrank-Wolfeの分解原理に基づく方法⁽²⁾(F-W法)が提案されているが、これらの方法は最適解に近づくにつれて降下方向ベクトルのノルムが小さくなり、計算の収束性が悪くなる欠点がある。そこで、降下方向として目的関数の2次導関数を用いる方法が考えられるが、本研究では、こうした方法のうち最も有効とされるDavidon-Fletcher-Powell法(DFP法)を用いる方法を提案し、これらの計算効率性についての比較・検討を行なうものである。

2. 問題の定式化と解法の手順

経路交通量を変数にした均衡問題は、次に示す最小化問題[P]として与えられる。

この問題の一般的なアルゴリズムは次のようになる。

① 初期値 $x^0 = [x_r^{(0)}]$, $X^{(0)} = [X_o^{(0)}]$ を与える。

[P]

$$\text{最小化 } F(x) = \sum_{r=1}^L \int_0^{x_r} B_r(x) dx - \sum_{o=1}^K \int_0^{X_o^*} g_o(x) dx$$

制約条件

$$X^* = \sum_{r=1}^L x_r^*, \quad x_r^* \geq 0$$

$$y_o = \sum_{r=1}^L \sum_{i=1}^{b_i} \delta_{o,i,r} \cdot x_r^*$$

L: リンク数

K: ODペア数

 x_r^* : ODペア別の総交通量 x_r^* : ODペア別におけるr番目のパスの交通量 y_o : o番目のリンクフロー b_i : リンクiの交通容量

$$\delta_{o,i,r} = \begin{cases} 1: \text{ODペア別のr番目のパス上にリンクiが存在する場合} \\ 0: \text{ } \end{cases}$$

ない場合

 $B_r(x)$: rリンクの平均所要時間関数 $g_o(X^*)$: oODペアの逆需要関数

$n = 1$ とおき、次の計算を行なう。

② リンクフローに応じて、リンク所要時間

$B_r(y_o^{(n-1)})$ を求める。

③ 最短経路探索を行い、ルート of の所要時間を求める。

④ 降下方向ベクトル $d^{(n-1)} = [d_r^{(n-1)}]$ により、変数の値を次式で更新する。 $x^{(n)} = x^{(n-1)} + \alpha^{(n-1)} d^{(n-1)}$

⑤ 直線探索により α の最適解を決定し、次式よりフローを求める。 $x^{(n)} = x^{(n-1)} + \alpha^{(n-1)} d^{(n-1)}$

$$\text{⑥ } \|y_o^{(n)} - y_o^{(n-1)}\| \leq \varepsilon \text{ 或 } \|X^{(n)} - X^{(n-1)}\| \leq \varepsilon$$

ならば停止。 ε はあらかじめ与えられる適当な数

⑦ $n = n + 1$ とおいてステップ②へ

均衡流計算法の主要な相異点は、 $d^{(n)}$ の決定法であり、以下に3つの方法を示す。

(a) 勾配法 $d^{(n)} = -\nabla F(x^{(n)})$

(b) F-W法 $\min_{\frac{1}{2}} \nabla^2 F(x^{(n)})(z - x^{(n)})$, $x^{(n)} \in S$ の解として、 $d^{(n)} = (z - x^{(n)})$ を求める。ここに、 S は n 回目反復時点 n で求められるOD間交通量に対応する交通量保存条件式を満足するフローの集合を表わす。

(c) DFP法

$$d^{(m)} = -H^{(m)} \nabla F(x^{(m)})^t$$

ここで、 $H^{(m)}$ は $H^{(0)}$ ・ Π ・ Γ 次元単位行列で、 Γ は利用されている経路数に等しいより初めて逐次更新されていく行列で正値行列である。 H は m 回の反復で2次関数のヘッセ行列の逆行列に等しくなることが知られている。しかし、経路交通量を変数にした均衡問題のヘッセ行列は半正値であることが判っており、したがって、この方法が漸にうまくいくとは限らない。よって、 H の行列式の値を常にチェックして、その値がゼロになるときは勾配法に変更する方法を用いる。 H の行列式の値は次式で与えられる⁹⁾。

$$|H^{(m)}| = |H^{(m-1)}| \cdot \{(\Delta x^{(m-1)})^t \Phi^{(m-1)} / (\Phi^{(m-1)})^t H^{(m-1)} \Phi^{(m-1)}\}$$

$$\Delta x^{(m-1)} = x^{(m)} - x^{(m-1)} \quad \Phi^{(m-1)} = \nabla F(x^{(m)}) - \nabla F(x^{(m-1)})$$

3. 解法の比較・検討

上述の方法を図-1に示すネットワークに適用し三者の比較・検討を行なう。

図-1においては、互いに逆方向きの有向リンクを無向リンクとして表示してある。逆需要関数は線形関数を用い、リンクパフォーマンス関数には次式に示すBPR関数を用いる。

$$B_j(y_j) = B_j(0) \{1 + 0.15 (y_j/b_j)^4\}$$

一般計算手順におけるステップ⑤の直線探索法には、より正確な方法であるといわれるAlmijoの方法と他に黄金分割法を用いる。

各々の手法を用いた場合の結果について、等時間パターン¹⁰⁾の出現するODペア(1-3)、(1-4)の値をTable.1に示す。ところで、Almijoの方法を用いた場合の結果は、Table.1の左側3つに相当するが、

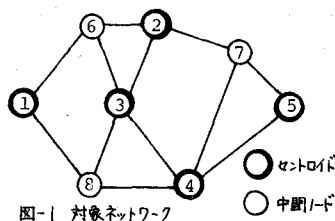


図-1 対象ネットワーク

これより明らかなように、この場合完全な収束値に至らない。すなわち、Almijoの方法ではこれ以上解を改良することが不可能であった。完全な収束値を得た黄金分割法を用いた結果を比較のためTable.1の右端に与えた。

まず、収束性について考察する。収束回数の点ではDFP法が勾配法、F-W法に比べてはるかに少ない。また、目的関数の値の比較からもDFP法はより最適解に近い値を与えていることは明らかである。

経路走行時間の等時間性という観点からは、F-W法の方が秀れ、続いてDFP法、勾配法という結果を得た。ただし、黄金分割法を用いた勾配法では完全な等時間性が成立している。

本稿ではF-W法、DFP法に黄金分割法を用いた計算結果は報告できなかったが、収束性の点では当初予想したとおり、DFP法が秀れていることが明らかにされた。しかし、DFP法は行列 H の記憶にかなりの計算機容量を必要とするため実用的にはまだ問題が多く、改良の余地がある。黄金分割法を用いたF-W法、DFP法については講演当日に報告する予定である。

(参考文献)

- (1) 加藤・宮城：交通ネットワークにおける需要均衡問題とその解法，土木学会論文報告集(1979)
- (2) Gartner, N.H.: Analysis and control of transportation networks by Frank-Wolfe decomposition, Proc. of the 7th Inter. Symp. on Transportation and Traffic theory (1977)
- (3) S.L.S. ジョコビ代：非線形最適化問題の反復解法<増風館>

Table - 1 計算結果

Route No.	Obj. f.	Gradient (It. 142)		F-W method (It. 67)		DFP method (It. 42)		Gra.-Gold (It. 238)	
		1-3	1-4	1-3	1-4	1-3	1-4	1-3	1-4
1	Route cost	27.7	37.6	27.5	37.5	27.6	37.5	27.4	37.4
	Path flow	92.3	169.6	82.7	167.0	85.5	164.9	82.9	167.6
	Gradient	0.2	0.1	0.4	0.7	0.0	1.1	0.0	-0.0
	Route cost	27.2	37.4	27.4	37.5	27.3	37.5	27.4	37.4
2	Path flow	183.0	155.7	196.6	164.3	190.8	161.3	193.1	158.2
	Gradient	-0.2	-0.1	0.4	0.6	-0.1	-1.1	-0.0	0.0
	OD flow	275.3	325.2	279.3	331.2	276.6	326.2	276.0	325.8