IV—11　　渋滞領域を考慮した等時間原則配分における複数解に関する研究

信州大学工学部　○学生員　小町谷　章
信州大学工学部　正員　奥谷　巌

1．まえがき

等時間原則配分問題を取り扱う場合，過去の研究例の多くは、リンク容量の設定を行なわなかったり、容量を設けた場合においても、その前後で急激に走行時間が増大するという非現実な走行時間関数を導入するなどして問題を処理しているが、現実的には、リンク容量制限があるこの種の問題を考える場合には，渋滞領域にある交通現象を考慮に入れざるを得ない。本研究においては、この渋滞領域を考慮した等時間原則配分理論について，解が複数個存在することを明らかにするとともに、その解の現実との対応等について考察を加える。

2．等時間原則配分の数理計画問題

等時間原則配分の解は，次のような数理計画問題を解くことにより得られる。

（主問題）

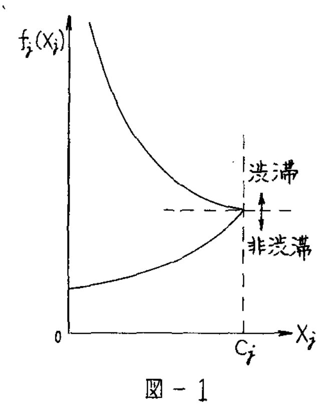
$$\theta(x)=\sum_{j=1}^{m}\int_0^{\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{n^i}\gamma_{kj}^i x_k^i} f_j(X)\,dX \longrightarrow \mathrm{MIN} \qquad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{n^i} x_k^i - S^i = 0 \qquad (i=1,2,\cdots,N) \qquad (2)$$

$$x \geqq 0 \qquad (3)$$

但し，N：ODペア数，S^i：OD i の交通量，n^i：OD i のルート数，x_k^i：OD i のルート k の交通量，m：リンク数，X_j：リンク j の交通量，$f_j(X_j)$：リンク j の走行時間関数，γ_{kj}^i：OD i のルート k がリンク j を含むとき1，含まないとき0となる変数，C_j：リンク容量，x：x_k^i を要素とするベクトル

上記の主問題を解くことが等時間原則の解を与えることは，Kuhn-Tuckerの条件を用いることによって証明されている。渋滞領域を考慮したとき，走行時間関数 $f_j(X_j)$ は、非渋滞領域の場合には増加関数であり，渋滞領域の場合には減少関数となる。（図－1）したがって，$\theta(x)$ の各要素は，非渋滞領域のとき狭義の凸関数となり，渋滞領域のときは逆に狭義の凹関数となるのである。ゆえに狭義の凸関数と狭義の凹関数の和である $\theta(x)$ の数学的性質はまったく不明であるため，渋滞領域を考慮した等時間原則配分の問題には解が複数個存在する可能性があるわけである。また渋滞領域まで考察の対象を広げると主問題では不都合な場合がある。特別の場合としてすべてのODペアのあらゆるルートに正の交通量が流れる場合を考えると，$\theta(x)$ を極大化する解もまた等時間原則の解を与えるからである。



図－1

$\theta(x)$ が凸関数でないために生ずる上述のような性質は，数理計画問題として等時間原則配分問題を取り扱うことを著しく困難にする。したがって主問題に対する双対問題を考え，このような問題点をある程度除去する。図－1に示した曲線を次のように直線近似し

$$f_j(X_j)=a_j X_j + b_j \qquad (4)$$

としたとき，それぞれの直線に対応して，$a_j=a_j^{\mathrm{I}}, a_j^{\mathrm{II}}$，　$b_j=b_j^{\mathrm{I}}, b_j^{\mathrm{II}}$ のような値をとるものとする。このように走行時間関数を直線式とすると，主問題は２次計画問題となり，それに対応する双対問題は次のようになる。

（双対問題）　$$\varphi(x,\lambda)=-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}a_j\left(\sum_{i=1}^{l}\sum_{k=1}^{n^i}r_{kj}^{i}x_k^i\right)^2+\sum_{i=1}^{l}\lambda^iS^i \longrightarrow \mathrm{MAX} \qquad (5)$$

$$\lambda^i \leqq \sum_{j=1}^{m}r_{kj}^{i}\left(a_j\sum_{i=1}^{l}\sum_{k=1}^{n^i}r_{kj}^{i}+b_j\right) \qquad (i=1,\cdots,l,\ k=1,\cdots,n^i) \qquad (6)$$

但し，λ：ラグランジュ乗数

$(\hat{x},\hat{\lambda})$が$\varphi(x,\lambda)$の極大値を与えるとすれば，$\nabla^2\varphi(x,\lambda)$が正則であれば$(\hat{x},\hat{\lambda})$は主問題に対するkuhn-Tuckerの条件を満足する。これは$\hat{x}$が、等時間原則配分のルート交通量であり，$\hat{\lambda}$が利用されているルートの所要時間であることを意味する。主問題と同様に$\varphi(x,\lambda)$の凹性，凸性については，まったくわからないわけで，極大値が複数個あることが考えられる。すなわち，渋滞領域を考慮した場合には，複数の等時間原則配分のパターンがある可能性がある。以下では，これらの事柄をふまえたうえで，複数解を求める方法を検討する。

３．複数解を求めるための手法

ＩＡ法とは、２地点間の移動の総量をいちどに割付けず，少しずつ割付けるところに特徴がある配分方法である。この方法を用いると，交通網全体に少しずつ負荷を増やすため，運転者のルート選択に近い基準に従って交通量を流しながら、双対問題の目的関数を増大させることができる。この方法によりすべての交通量を配分し終わった後に収束演算を行なう方法をＩＡ′法と呼ぶこととする。ここでは，ＩＡ′法を用いた渋滞領域を考慮した等時間原則配分を示す。第１段階として

1)交通量を割付けるＯＤをランダムに選び，その２点間の最短走行時間ルートを探す。

2)そこに総交通量のα％だけを割付ける。もしそのルートに含まれるリンクのうちいずれかが、リンク容量をオーバーしたときには、非渋滞走行時間関数を渋滞走行時間関数に代える。さらに，そのルートに含まれるリンクのうちいずれかが，すでに渋滞していたならば、そのルート交通量をα％だけ減少させ，２番目に走行時間の短いルートを探したうえで，そのルートに2α％の交通量を流す。

3)すべての交通量が割付けられるまで1)～2)を繰り返す。

第２段階として，収束演算を行なう。

4)全てのルートの走行時間が減少するようにそれぞれのルートの交通量をβ％だけ増減させる。

5) 4)の操作によって増減した交通量を，交通量が流れているルートの走行時間が等しくなるように流す。

6)収束するまで4)～5)を繰り返す。

この方法において，初期条件として任意のルートに交通量を流すか，または任意のリンクを渋滞させておくことにより，複数の解が求められる。

またコンプレックス法，反復線形計画法等の数理計画の手法を用いて、ネットワークのすべてのリンクの渋滞，非渋滞の組合せを考え，おのおのの状態における双対問題の目的関数を増大させることにより，等時間原則配分の解が複数個求まると思われる。

〔参考文献〕　奥谷：渋滞領域を考慮した等時間原則配分理論に関する一考察