

岐阜大学 正員 安田孝志 学生員 O 後藤真太郎・渡辺義信

1. 緒言

著者らは Kakutani の手法を用いて斜面上の波の速度ポテンシャルの表示を導き、これを用いて内部特性の究明に努めてきた。ここでは、砕波に至る斜面上の波の波形を K-dV 方程式¹⁾によって計算し、その結果を流れ関数法に適用することによって内部特性を高精度で計算する手法を提案すると同時に、それによる結果について考察を行う。

2. 基礎方程式

波形の計算については、第 1 次近似解ではあるが、すでに砕波点まで十分な精度を持つことを明らかにした次式の斜面上の K-dV 方程式の数値解を用いる。

$$Y_\tau + 3U_0 C^* Y Y_0 / 2 C_0^3 + C_0 C^* Y_{000} / 6 - B^* Y / 4 C_0^2 = 0 \quad (1)$$

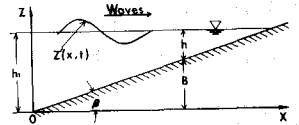


図-1 座標および記号の説明

ここに、 $C_0 = \sqrt{h^*}$, $\sigma = C^* \epsilon^2 (\int dx^* / C_0 - t^*)$, $\tau = \epsilon^{3/2} X^*$, $B^* = B/h_1$, $X^* = x/h_1$, $Z^* = z/h_1$, $t^* = t\sqrt{g/h_1}$, $h^* = h/h_1$, $\epsilon = (h_1/L_1)^2 \ll 1$, $Y = Z^*/H_1$, $C^* = C/\sqrt{gh_1}$, h_1 : 初期水深, H_1 : 初期波の波高, L_1 : 初期波の波長, C : 初期波の波速, $U_0 = H_1 L_1^2 / h_1^3$, g : 重力の加速度, および x, z および B は図-1 に示される座標および記号である。ここでは水粒子速度の計算には流れ関数法を用いるが, Dean の流れ関数法では Stokes の波速の第 1 定義が用いられているので, Stokes の波速の定義を用いない流れ関数法の表示を次式のように表し、これを用いる。

$$\Psi^* = [1/\{X_{(2)} T \sqrt{g/h} - \bar{u}\}] (\zeta - 1) + \sum_{n=4,6,8}^{N-1} \sinh(n-2)\pi X_{(2)} \zeta [X_{(n)} \cos\{(n-2)\pi \eta\} + X_{(n+1)} \sin\{(n-2)\pi \eta\}] \quad (2)$$

ここに、 $\Psi^* = \psi/h\sqrt{gh}$: 無次元流れ関数, $X_{(n)}$: 流れ関数の係数, $\bar{u}$: Euler 座標での水粒子速度, $\zeta = (z-B)/h$, $\eta = x/L$, L : 波の波長, および T : 波の周期である。式(2)を用いて水粒子速度を決定するためには、 $N-1$ 個の未知定数 $X_{(n)}$ に加えて $\bar{u}$ を決定しなければならない。このための境界条件として Dean にならう、次式を用いる。

$$\zeta = 0; \Psi^* = \bar{u} - \{X_{(2)} T \sqrt{g/h}\}^{-1} = \Psi_0^* \quad (3)$$

$$\zeta = \eta; \Psi^* = [\{X_{(2)} T \sqrt{g/h}\}^{-1} - \bar{u}] \eta + \sum_{n=4,6,8}^{N-1} \sinh\{(n-2)\pi X_{(2)}(1+\eta)\} [X_{(n)} \cos\{(n-2)\pi \eta\} + X_{(n+1)} \sin\{(n-2)\pi \eta\}] \quad (4)$$

$$\zeta = \eta; Q = \eta + (\Psi_0^{*2} + \Psi_\eta^{*2})/2 \quad (5)$$

ここに、 Q : Bernoulli 定数 および $\eta = z/h$ である。ここで $\bar{u}$ を決定するために、著者らが一貫して用いてきた波形および速度ポテンシャル中に対する仮定 $\eta(x, t) = \eta(x - ct)$ および $\phi(x, z, t) = \phi(x - ct, z)$ を η の場合にも用いることにすれば、次式によって $\bar{u}$ は決定される。

$$\bar{u} = C - \sqrt{C^2 + (2C\bar{u}_0 - \bar{u}_0^2 - \bar{\omega}^2)/\zeta_{s=1+\eta}} \quad (6)$$

ここに、 $\bar{u}_0$: 波による水平水粒子速度の周期成分, $\bar{\omega}$: 鉛直水粒子速度, および $\bar{\omega}$ は 1 周期平均を意味する。

3. 数値計算の方法

未知関数 $X_{(n)}$ を決定するための方法は Dean にならう、式(1)の数値解として導かれる計算波形 η_c と流れ関数法による予測波形 η_p との 1 周期にわたる二乗誤差 $E_1 = (1/N) \sum_{i=1}^N (\eta_{ci} - \eta_{pi})^2$ および式(5)の二乗誤差

$E_2 = (1/N) \sum_{i=1}^N (\bar{Q} - Q_i)^2$ の和 $E_T = E_1 + E_2$ を極小化するように計算を行った。与える Q_i は、 α 1 次近似解ではあるが、波形に関する高次項の補正は小さく十分な精度を持つことをすでに著者らは明らかにしており、数学的にも十分な精度をもつものと判断される。したがって、このときの水面形に対して流体力学の基礎方程式をほぼ厳密に満足する流れ関数法を用いれば、これによる内部特性は理論的に極めて高精度であることがわかる。なお、 N として 31 および 61 を用いて比較したが、両者の間ではほとんど相違は見られなかったので、計算時間の節約のため $N=31$ とした。また、時間波形と空間波形は一致するものとして計算を行った。

4. 計算結果に関する考察

図-2 は、斜面勾配 $\tan\beta = 1/50$ 、 $H_0/L_0 = 0.01$ および 0.0008 の場合について平均水面 $z/h = 1$ における水平水粒子速度の 1 周期変化を次の斜面上の波の水平水粒子速度の表示による結果および著者のウ/イド波理論の α 1 次近似解との比較において示す。

$$u/\sqrt{gh} = \varepsilon U_5 Y/C_0 + \varepsilon^2 \left\{ C^* U_5 (C_0/3 - Y^2/2C_0^2) Y_{00} - U_5^2 Y^2/4C_0^3 + C^{**} U_5 B_1^{(0)} Y_{00}/4C_0^2 \right\} \quad (7)$$

図中の Δ 印は波形が平均水面を切る位相を示す。流れ関数法による結果は、全般に大きな値を与えているが、形状自体は式(7)によるものとよく対応しており、波形の二次波峰に対応して水粒子速度に関しても二次波峰の現れていることがわかる。図-3 はこれらの波の峰と谷における水平水粒子速度の鉛直分布に関して同様な比較を行ったものである。鉛直分布の形状自体に関しては、

流れ関数によるものは式(7)よりもむしろウ/イド波のものによく対応し、鉛直分布の前傾も小さいが、絶対値そのものは明らかに大きな値となっている。図-4 は、運動エネルギー E_k と位置エネルギー E_p との比および最大水平水粒子速度 U_c と波速 c との比の浅水化に伴う変化を示したものである。これより斜面勾配 $\tan\beta$ が小さく、かつ沖波波形勾配 H_0/L_0 が大きくなるに従って、すなわち著者らが提案した非線型・斜面勾配比 K_{NS} が大きくなるに従って、 U_c/c および E_k/E_p が共に大きくなり、 U_c/c や E_k/E_p などの内部特性も K_{NS} に依存することが明らかとなっている。

5. 結 語

以上、Dean の流れ関数法を斜面上の水粒子速度の計算に用いたが、これよりも低次である速度ポテンシャルによる結果と絶対値に若干の相違はあるがよく対応していることが明らかになると同時に K_{NS} が斜面上の波の内部特性に関しても有効なパラメーターであることがわかった。radiation stress や Set down の計算結果については割愛したが、これらについてはさらに詳細な結果とあいま、2 講演時に述べることにする。

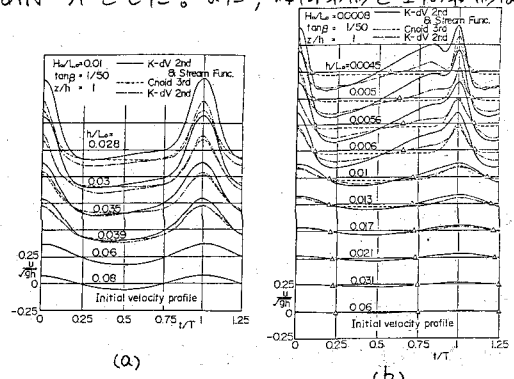


図-2 水平水粒子速度の 1 周期変化

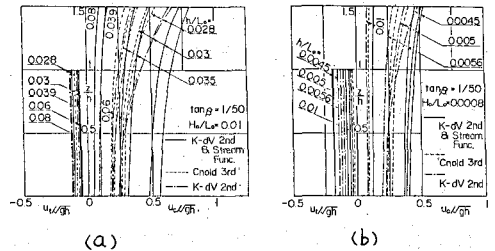


図-3 水粒子速度の鉛直分布

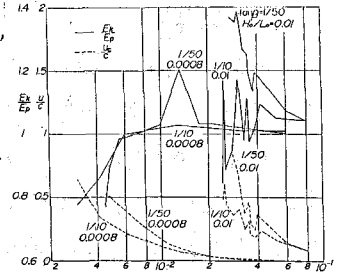


図-4 運動エネルギー・位置エネルギー比および最大水粒子速度・波速比の浅水化に伴う変化