

金天大学工学部

正会員

石田 啓

金天大学大学院

学生員

○中島光造

1. はじめに 前報¹⁾では、非線形性および水深変化を考慮した孤立波の変形を取り扱ったが、適当なメッシュ幅および2次の内挿曲線を用いることにより、あたかも分散性を考慮したかのような結果となることを示した。ここでは、より厳密に波の変形を解明するために、MeiとLe Méhauté²⁾の提示した理論を用い、分散性を考慮した孤立波の変形について数値計算を行なう。さらに、この理論を用いて、水平水粒子速度の鉛直分布の計算を試みる。

2. 基礎方程式および計算方法 詳細は原論文²⁾に示されているため、ここでは、結果のみを示す。

図-1に示すように、底面における水平水粒子速度を u^0 、静水面からの水面の高まりを η 、水深を h 、その微係数を k' 、 k'' 、 k''' とすると、自由表面における条件式は、

$$\eta_t + u^{(0)} \eta_x + (h + \eta) u_x^{(0)} - \frac{1}{2} u_{xx}^{(0)} = A u^{(0)} + B u_x^{(0)} + \frac{3}{2} k' k'' u_{xx}^{(0)} + O(\varepsilon^6) \quad (1)$$

$$\text{ここに } A = -k' + (k')^3 + 3 h k' k'' + \frac{h^2 k'''}{2}, \quad B = 2 h (k')^2 + \frac{3}{2} k^2 k'$$

$$u_t^{(0)} + u^{(0)} u_x^{(0)} + \frac{\eta_x}{2} - \frac{1}{2} u_{xx}^{(0)} = [(k')^2 + h k''] u_x^{(0)} + 2 h k' u_{xt}^{(0)} + O(\varepsilon^5) \quad (2)$$

となる。ここに、 $\varepsilon = h_0/L$ (h_0 : 基準水深, L : 波長) であり、変数および

従属変数はすべて無次元化されている。これを特性曲線表示すると、

$$dx/dt = 0 \text{ 上で, } d\eta/dt = a \quad (3) \quad dx/dt = 0 \text{ 上で, } da/dt = \Omega \quad (4)$$

$$dx/dt = \zeta = \pm \sqrt{3(h - k^2 h'') / \varepsilon(1 - h k'') / 2} \text{ 上で,}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{h\zeta}{2} + \frac{h u^{(0)}}{2} \right) \frac{d\eta}{dt} + \frac{5 k' k''}{12} \frac{da}{dt} + \left(1 - \frac{1}{2} h k'' \right) \frac{\varepsilon h \zeta^2}{6} \frac{du^{(0)}}{dt} + \frac{\varepsilon k^2 \zeta}{12} \frac{d\Omega}{dt} \\ & = \left[\frac{h\zeta}{2} \left(\frac{h}{h} \eta - k' + (k')^3 + \frac{1}{3} h k' k'' + 2 h k' k'' \right) + \frac{\varepsilon k^2 \zeta}{6} u^{(0)} \right] u_x^{(0)} + \frac{h k'}{6} \left(\frac{5 h}{2} - \varepsilon \zeta^2 \right) \Omega + \left[\frac{\eta \zeta}{2} - \frac{h \zeta}{3} + \left(\frac{h}{2} + \frac{\varepsilon \zeta^2}{6} \right) u^{(0)} \right] a \end{aligned} \quad (5)$$

となる。この計算に際し、 Δt 幅および Δx 幅を一定とする長方形格子法を用いることとする。また、水粒子速度の鉛直分布については、 $u^{(0)}$ を用いて、

$$u = u^{(0)} - (k')^2 u^{(0)} - 2 k' (y + h) u_x^{(0)} - \frac{1}{2} (y + h)^2 u_{xx}^{(0)} \quad (6)$$

$$w = -k' [1 - (k')^2] u^{(0)} - 2 (y + h) [1 - 2 (k')^2] u_x^{(0)} + \frac{3}{2} k' (y + h)^2 u_{xx}^{(0)} + \frac{1}{6} (y + h)^3 u_{xxx}^{(0)} \quad (7)$$

と表わすことができる。ここでは、 k'' 、 k''' の効果は無視した。

3. 計算結果および考察 図-2は、一様水深場を進行する孤立波を $\sqrt{g h_0}$ で追跡したものである。これより、分散性が波の前傾化を抑えていることが理解できる。また、分散性を考慮した場合は、若干の変形はあるものの、

計算ステップ数 $N=228$ においても、ほぼ初期の波形を保存しており、理論波速との比も1.03ということから、この計算方法は十分妥当であると言える。図-3は、種々の底面形状下における孤立波の変形を示したものである。(a)の斜面上の波は、その進行に伴い、前面と後面の波形勾配が異なってくるが、さらに進行すると、主峰は尖鋭化して、その前面と後面の波形勾配が等しくなる。(b)では、浮標に進入した孤立波が2つの孤立波に分裂し、

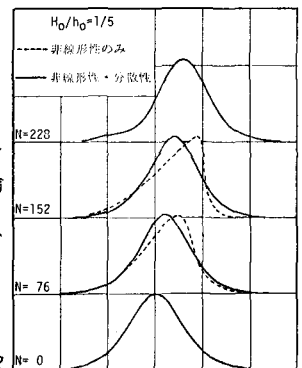
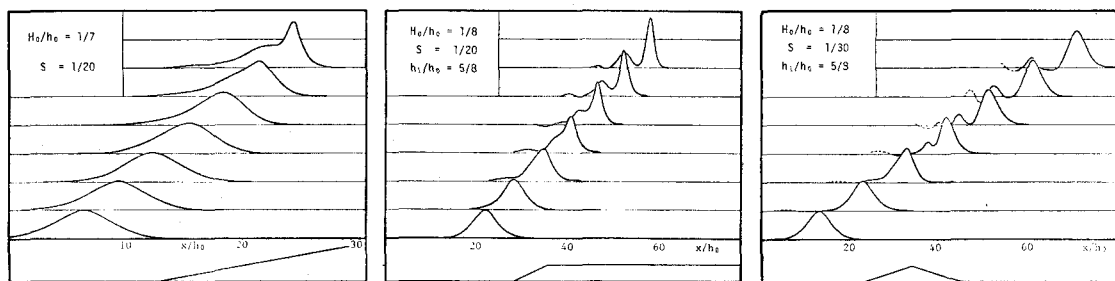


図-2 一様水深場の孤立波



(a) 斜面上の孤立波

(b) 浅瀬へ進行する孤立波

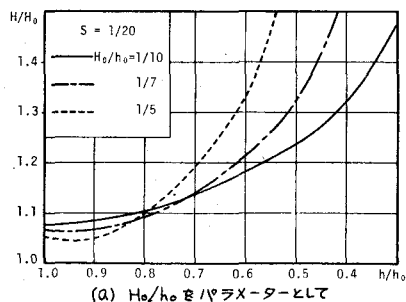
(c) 浅瀬を越える孤立波

図-3 種々の底面形状下の孤立波の変形

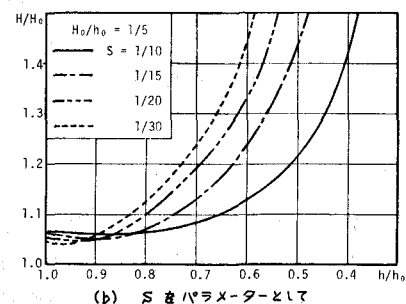
それらが互いに離れていくことがわかる。(c)では、浅瀬を越えた後、後方にいくつかの波が生じることがわかる。

図-4は、斜面上における孤立波の波高変化特性を示す。(a)の、初期波高水深比 H_0/h_0 をパラメータにした場合では、 H_0/h_0 が大きいほど波高増加の傾向は著しくなっている。また、斜面勾配 S をパラメータにした場合、 S が小さいほど波高増加の傾向は著しくなっている。これは一見矛盾しているように思えるが、波が前傾し、それを抑えるように波の尖鋭化が起こること、そしてこの現象が起こるにはある程度の距離を進行する必要があることを考えると理解できる。

図-5は、一様水深場の初期波形における峰の水平水粒子速度の鉛直分布について、式(6)による計算値と、解析解とを比較したものである。計算値は、代表長 l_1 の選び方により異なるが、 $l_1 = l_2$ とすれば、解析解とよく一致することがわかる。図-6は、代表長に l_2 を用い、斜面上の水平水粒子速度の鉛直分布の時間変化を、水深初期水深比 $h/h_0 = 0.70$ の位置において求めたものであり、左上の波形は、その位置における時間波形である。図より、時間AおよびEの分布形は、B、CおよびDとは逆の傾きになるが、これについては、今後さらに検討する必要がある。



(a) H_0/h_0 をパラメータとして



(b) S をパラメータとして

図-4 斜面上の孤立波の波高変化

《参考文献》

- 1) 石田 啓・中島光吉: 特性曲線法による孤立波の変形に関する数値計算, 第35回年報概算集
- 2) Mei, G. C. and Le Méhauté B.: Note on the Equations of Long Waves over an Uneven Bottom, 1966. J. Geoph. Res. 71, 393

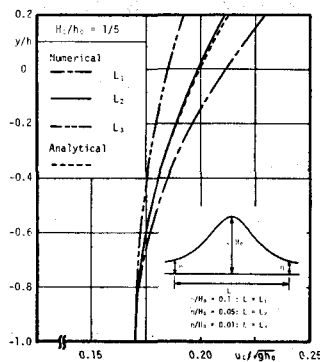


図-5 一様水深場の水粒子速度

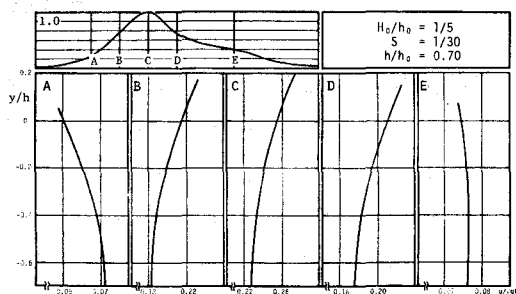


図-6 斜面上の孤立波の水平水粒子速度の時間変化