

雨水流による斜面侵食においても、河川の河床変動の場合と同様に、流砂に関する運動方程式と連続式、及び流水に関する運動方程式と摩擦速度の式から、次の拡散の式が得られる。

$$\frac{\partial z}{\partial t} = K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad \text{-----(1)} \quad \text{ここに、} t: \text{時間、} K: \text{拡散係数である。この式を Fig. 1}$$

に示す定義図のような場合（例えば、傾斜地に溝を掘った場合、 $D_2=0$ となるような階段状の盛土や切土部分）について解析し、侵食・堆積の状況を考察する。またがり流路の Head cut についても考察する。 S_0 は緩勾配とし、次の条件で式(1)を解く。

$$\begin{aligned} f(x) &= 0: -b < x < b \\ &= D_1: x < -b \\ &= D_2: x > b \end{aligned}$$

得られた結果は、次のようである。

$$\begin{aligned} z &= \frac{D_1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{b+x}{2\sqrt{Kt}} \right) \right] \\ &+ \frac{D_2}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{b-x}{2\sqrt{Kt}} \right) \right] \quad \text{---(2)} \end{aligned}$$

ここに $\operatorname{erf}(X)$ は誤差関数である。
この式を変形して無次元表示すると、

$$\begin{aligned} \frac{z}{D_1} &= \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1+x/b}{2\sqrt{Kt/b}} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{1-x/b}{2\sqrt{Kt/b}} \right) \right] \quad \text{---(2')} \end{aligned}$$

Case I ($D_2/D_1 = 0.25, 0.5$ の場合)
 $2\sqrt{Kt/b}$ をパラメータ-1 にとって、
 z/D_1 と x/b との関係を示したのが Fig. 2, 3 である。

Case II ($D_1 = D_2$) 式(2') から、

$$\frac{z}{D_1} = 1 - \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{1+x/b}{2\sqrt{Kt/b}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1-x/b}{2\sqrt{Kt/b}} \right) \right]$$

この結果を示すと Fig. 4 のようである。

Case III ($D_2 = 0, b = 0$) 式(2') から、

$$\frac{z}{D_1} = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Kt}} \right) \right] = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x/D_1}{2\sqrt{Kt/D_1}} \right) \right] \quad (4)$$

計算結果を Fig. 5 に示した。

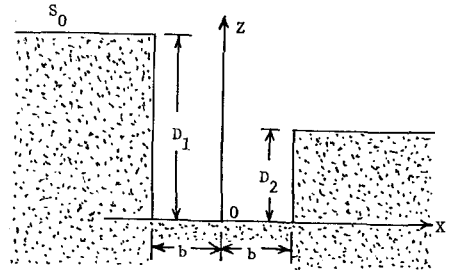
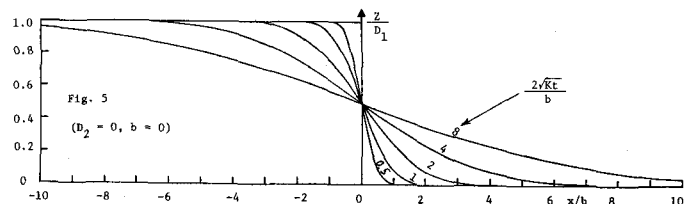
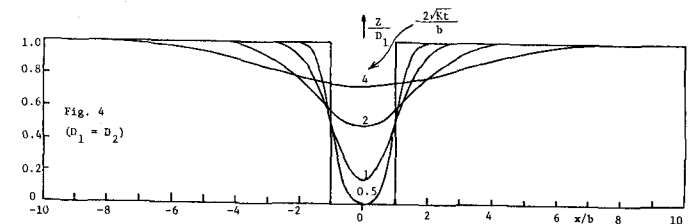
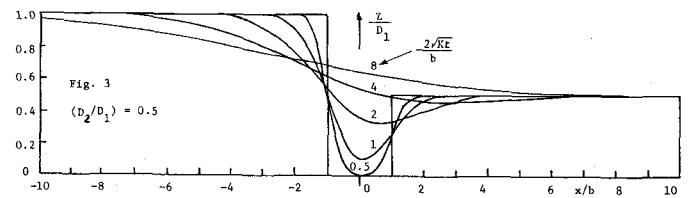
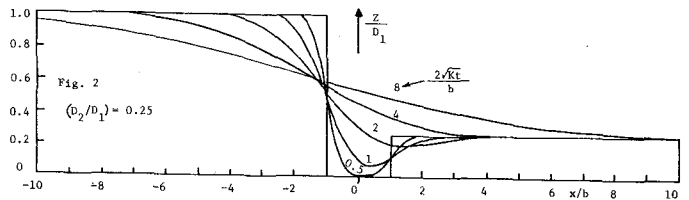


Fig. 1 Definition Sketch



Case IV (かり流路の Head Cut の解析) 下流端出口に土砂の堆積が生じないものとし, Case IIIの結果を利用し, さらに Fig. 6 のように x 軸を上流方向にとると,

$$z = D \cdot \operatorname{erf}(x/2\sqrt{kt}) + S_0 x \quad \text{----- (5)} \quad \text{Head Cut の高さ } H \text{ の } D \text{ との比を } j \text{ とすると, } D = jH$$

であり, さらに x で微分すると, $dz/dx = (jH/\sqrt{kt}) \exp[-(x/2\sqrt{kt})^2] + S_0$ ----- (6)

Fig. 7 において $\Delta t = t_2 - t_1$, $\Delta x = x_2 - x_1$ とし, この Δt 時間内の Head Cut による侵食土砂重量 G は, $G = \delta_s H B \Delta x$ ----- (7) であり, ここに δ_s : 土砂の単位重量, B : Head Cut の流路幅

一方, この Δt 時間における上・下流の流砂量の差は, $G = [q_s(d)\Delta t - q_s(u)\Delta t] B$ ----- (8) 式(7)と(8)を等置して, $\Delta x/\Delta t = [q_s(d) - q_s(u)]/\delta_s H$ ----- (9) Head Cut では, $q_s(d) \gg q_s(u)$ したがって, $dx/dt \approx q_s(d)/\delta_s H$ ----- (10) となる¹⁾。また, 流砂量 q_s は近似的に,

$$q_s = \delta_s K \frac{dz}{dx} \quad \text{----- (11)} \quad \text{で与えられる。}^1 \text{ したがって,}$$

$$\text{Head Cut の伝播速度 } \frac{dx}{dt} = w \text{ は, } w = \frac{K}{H} \frac{dz}{dx} \quad \text{----- (12)}$$

となる。式(12)に式(6)を代入すると,

$$w = \frac{jK}{\sqrt{kt}} \exp\left[-\left(\frac{x}{2\sqrt{kt}}\right)^2\right] + \frac{KS_0}{H} \quad \text{----- (13)}$$

この式を無次元化すると,

$$\frac{wH}{K} = \frac{j}{\sqrt{kt}/H} \exp\left\{-\left[\frac{(x/H)}{2\sqrt{kt}/H}\right]^2\right\} + S_0 \quad \text{----- (14)}$$

$\sqrt{kt}/H$ をパラメーターにとり, wH/K と x/H との関係は $j=2$ について示したのが Fig. 8 である。図中には, Begin-Meyer-Shumm¹⁾ のデータを記入した。図中の包絡線の式は, $Y = \sqrt{kt}/H$ とおいて, Y について微分すると, $(x/H)^2 = 2Y^2$ が得られ,

$$x = \sqrt{2kt} \text{ と}$$

$$\text{なる。} (x/H)^2 =$$

$$2Y^2 \text{ と式(14)に}$$

$$\text{代入すると,}$$

$$\frac{wH}{K} - S_0 = \frac{j e^{-Y^2}}{\sqrt{2} Y}$$

が得られる。こ

の式に $Y = (x/H)/\sqrt{2}$

を代入して, $j=$

2 のとき,

$$\frac{wH}{K} = \frac{0.968}{(x/H)} + S_0$$

となる。実験デ

ータは $x = \Delta t^0$

で与えて整理し

た。文献

1) Begin, Z.B. et al. "Knickpoint Migration due to Baselevel Lowering," Proc. ASCE, WW3, 1980, PP. 369-388.

