

名古屋大学 学生員 草間 晴幸

名古屋大学 正員 福本 秀士

1. 序 繰り返し荷重を受ける構造物の荷重履歴特性については、従来、単一部材または簡単なラーメンを対象として、耐震設計の見地より数多くの研究が行なわれているが、これらを構成する板要素に対する履歴特性についての解析的研究はほとんど行なわれていない。著者らは先に繰り返し面外荷重を受ける周辺単純支持板に対して、幅厚比、荷重状態を種々変化させることによりいくつかの興味ある特性を解析的に明らかにした。[1] 本論文は、繰り返し面内荷重を受ける板の履歴挙動を求める解析手法、および、数値計算結果の照査を目的としたものである。

2. 解析手法 解析の対象としたのは図-1に示されるような x 方向の対辺に強度なり面内力を受け、曲げに対しては単純支持、シャイバ作用に対しては周辺のせん断力による拘束がなく y 方向の対辺に直角な方向の拘束は自由である薄板である。

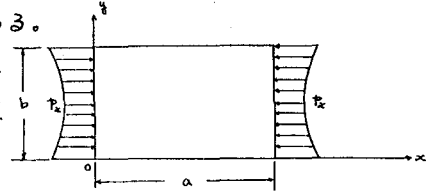


図-1

Theory of the intermediate class of deformation による面内力を受ける薄板の釣り合い、および適合条件式は次式で表わされる。

$$\Delta \Delta w = \frac{t}{D} L(\phi, \bar{w}) \quad (1)$$

$$\Delta \Delta \phi = \frac{E}{2} \{ L(\bar{w}, \bar{w}) - L(w_0, w_0) \} \quad (2)$$

ここで、 Δ : Laplacian, D : 板の曲げ剛度, E : 弾性係数, t : 板厚, w : たわみ, ϕ : 応力関数, $\bar{w} = w + w_0$, w_0 : 初期たわみである。また非線形演算子 L は次式で定義される。

$$L(\phi, \bar{w}) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \quad (3)$$

さらに前研究と同様に、式(1),(2)に対して塑性変形の影響を考慮することができる項を加える。

$$\Delta \Delta w = \frac{t}{D} L(\phi, \bar{w}) - \frac{4}{t} \sum (K \cdot \Pi_m) \quad (4), \quad \Delta \Delta \phi = E \left[\frac{1}{2} \{ L(\bar{w}, \bar{w}) - L(w_0, w_0) \} - \sum (K \cdot \Pi_m) \right] \quad (5)$$

式中、 K は次式で表わされる演算子マトリックス, Π_m, Π_n は塑性変形に従属するベクトル量である。

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}, \quad \Pi_m = \begin{bmatrix} M(\frac{\partial \phi}{\partial m_x} + \nu \frac{\partial \phi}{\partial m_y}), M(\frac{\partial \phi}{\partial m_y} + \nu \frac{\partial \phi}{\partial m_x}), (1-\nu)M \frac{\partial \phi}{\partial m_{xy}} \end{bmatrix}, \quad \Pi_n = \begin{bmatrix} N \frac{\partial \bar{w}}{\partial n_x}, N \frac{\partial \bar{w}}{\partial n_y}, -N \frac{\partial \bar{w}}{\partial n_{xy}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

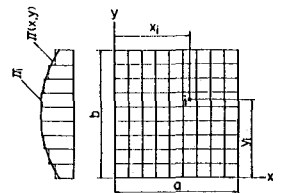
ここで、 ν : ポアソン比, ϕ : 塑性ポテンシャル, M : 塑性流れ係数, m_x, m_y, m_{xy} は板の曲げ応力, 膜応力の各成分を全塑性モーメント, 塑性軸力それぞれ無次元化したものである。

非線形連立方程式(4),(5)に対して閉じた解を得るために、前研究と同様、式(4)右辺の第1項、第2項の非線形関数をそれぞれ Π , ϕ に、また式(5)右辺[]内の第1項、第2項の非線形関数をそれぞれ、 Δ , Γ と置き、これらの関数と w および ϕ の特解部分 ϕ_p をフーリエ=重級数に展開する。さらに、板全体を図-2に示すように、矩形有限領域に分割し、4つの非線形関数はこの有限領域で一一定とし、各角地におけるこれらの値を Π_i , ϕ_i , Δ_i , Γ_i で表わす。その結果、式(4),(5)の解は次式で与えられる。

$$w = \frac{16}{\pi^2} \sum \left\{ \frac{t}{D} \Pi_i F_i - \frac{4}{t} (\phi_i)_2 F_i \right\} \quad (7)$$

$$\phi_p = \frac{16E}{\pi^2} \sum \left\{ \Delta_i F_i - (\Gamma_i)_2 F_i \right\} \quad (8)$$

図-2



ここで F_i は影響係数, $\sum$ はクロネッカのデルタであり、添字 i, j に対しては総和規約が成立する。

一方、シャイバ作用に関する境界条件を満足するために、周辺拘束力の分布、およびそれに伴う応力関数の補足解を見い出さねばならない。便宜上、 x 方向の対辺には図-3に示すような一様面内荷重 P_x と軸方向拘束力が作用し、また板周辺には図-4に示されるような、せん断拘束力 t_{xy}, t_{xy}' が作用する事とする。これらの拘束力は図に示されるように、周辺に採った有限区間では一定の平均値 t_x, t_y とそれぞれ持つと仮定する。以上の操作により応力関数の補足解は次のようになる。

$$\phi_c = \phi(P_x) + \phi(t_x) + \phi(t_{xy}) + \phi(t_{xy}') \quad (9)$$

$\phi(P_x)$ に対しては一定の応力場を考え、 $\phi(t_x)$ についてはLevy解を与える。

$$\phi(P_x) = -\frac{1}{2} P_x y^2 \quad (10)$$

$$\phi(t_x) = \sum_n \left\{ (\sinh \beta_n x - \frac{1}{\beta_n} \cosh \beta_n x) A_n + (\beta_n x \sinh \beta_n x - \frac{1}{\beta_n} \cosh \beta_n x - \frac{1}{\beta_n^2} \sinh \beta_n x) C_n \right\} \sin \beta_n x \quad (11)$$

式(11)中の未定係数 A_n, C_n の決定に際して、ある有限区間(G_x, G_y)に平均拘束力 t_x が作用したと考えると、これにより生じる境界上の応力は次式で与えられる。

$$(\sigma_x)_{x=0} = t_x \times \frac{8}{\pi} \sum_n \frac{1}{n} \sin \beta_n G_x \sin \beta_n G_y \sin \beta_n y, \quad (\sigma_y)_{x=0} = t_x \times \frac{8\beta}{\pi} \sum_n \frac{1}{n} \sin \beta_n G_x \sin \beta_n G_y \sin \beta_n y \quad (12)$$

式(11), (12)により未定係数が決定される。同様な手順が $\phi(t_{xy}), \phi(t_{xy}')$ に対しても施さされ、最終的に面内力を受け、載荷対辺において一様変位を生じる板の解は次式となる。

$$w = \frac{16}{\pi^2} \sum_{ij} \left\{ \frac{1}{\beta_i} \pi_i F_{ij} - \frac{1}{\beta_j} (t_x)_j F_{ij} \right\} \quad (13)$$

$$\phi = \frac{16E}{\pi^2} \sum_{ij} \left\{ \beta_i F_{ij} - (\beta_j)_j F_{ij} \right\} + \frac{4}{\pi} \sum_{ij} \left\{ (1+\nu) P_x G_x + 2(t_x H_x + t_y H_y) \right\} - \frac{1}{2} P_x y^2 \quad (14)$$

式中、 G_x, H_x は t_x, t_y に対する影響係数である。また添字 $\angle$ は荷重段階 $\angle$ までの、その関数の和を表わす。式(13), (14)から分かるように、塑性に関する物理量が自己平衡にある仮想的な荷重としてたのみへの補正項となっている。弾性限度を越えた非弾性領域状態からの除荷過程において、この仮想荷重が自己平衡のまま残留し、その結果、残留塑性変形を生じさせることになる。よって式(13), (14)を用い、負荷-除荷過程に対する履歴挙動を連続的に解析することが可能となる。

3. 計算結果

解析結果の照査のため、単調増加荷重に対する解析結果の一例を既往の研究と比較した。図-5は板の中央点における荷重-たわみ曲線である。本解析と文献、2つのFEMを用いた解析は、対象とした板の降伏応力が異なっているが、全体の傾向としてよく一致していると思われる。また図-6は平均圧縮荷重と圧縮方向対辺の移動量を示したものであるが、初期たわみの影響で、曲線が弾性座圧値の50%ぐらいから、線形解から離れていく様子を観察することができる。なお、より詳しい照査、および履歴挙動の解析結果などは、講演当日発表する予定である。

【参考文献】

- (1) 草間, 福本, 第35回年次学術講演会講演概要集 工, pp. 87~88
- (2) 小松, 北田, 土木学会論文報告集, 第270号, pp. 1~14

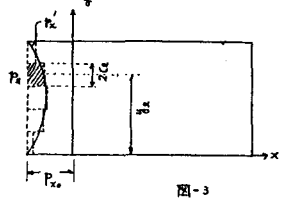


図-3

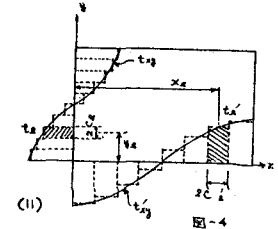


図-4

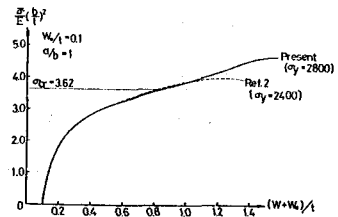


図-5

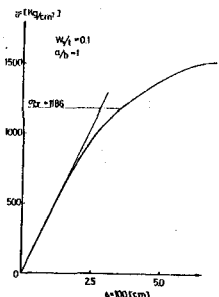


図-6