

○ 中部電力 三浦雅彦

名工大 長谷部宜男

まえがき 応力集中部からのクラックの発生はよく見られ、それらのクラックの応力解析はいくつか
なされている。しかしその多くは応力集中が幾何学的条件によつて生じるものである。本論文は変位
拘束を受ける帯板が面内曲げを受けた時、その帯板の引張側の応力集中の起る変位拘束端からクラッ
クが発生する前後の応力解析を行ったものである。これは埋め込まれた弾性梁の片側の埋め込み端か
らクラックが発生した場合、あるいは非常に剛なもので弾性梁の両縁が補強された場合等のモデルで
ある。このような変位の拘束端では弾性的に無限大の応力が生じ、クラックの発生する危険性があり
このような解析は意味あるものと思われる。著者らはこのような変位拘束端から発生したクラックの
解析を先に行つた[1],[2]。このような問題は、境界上で変位が与えられる部分と外力が与えられる
部分とからなる混合境界値問題として解かれる。解法としては片側にクラックを有する帯状領域を単
位円内部に等角写像する分数式の和の形の有理写像関数と複素応力関数とを用いる。解が閉じた形で
得られ、有理写像関数の表わす形状に対して厳密解である。

解法 解法の詳細は文献[2]に譲りこて

は結果式の々を示す。

$$z = \omega(\zeta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{E_k}{\zeta_k - \zeta} + \text{Const.} \quad (1)$$

$$\phi(\zeta) = -\chi(\zeta) \sum_{k=1}^m \frac{\sqrt{k} B_k}{\chi(\zeta_k)(\zeta_k - \zeta)} + H(\zeta) \quad \text{---(2)}$$

$$\psi(\zeta) = -\bar{\phi}\left(\frac{1}{\zeta}\right) - \bar{\omega}\left(\frac{1}{\zeta}\right) \frac{\phi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \quad (3)$$

$$H(\zeta) = \frac{M}{2\pi E} \left\{ \frac{(\zeta_2 - \alpha)^{-m} (\zeta_2 - \beta)^m}{\zeta_2 - \zeta} - \frac{(\zeta_1 - \alpha)^{-m} (\zeta_1 - \beta)^m}{\zeta_1 - \zeta} \right\} \frac{\chi(\zeta)}{(\zeta - \alpha)(\zeta - \beta)} \quad (4)$$

式(1)は図-1に示す物理領域を単位円内部に等角写像する有理写像関数である。式(2)、式(3)は複素
応力関数で、 $\chi(\zeta)$ はPlanché関数、 $H(\zeta)$ は境界条件によつて決まる関数である。本論文ではDEF
部分でx,y方向の変位成分 $u=v=0$ 、A点の前後の点B, Cに与えられた大きさと等しく向き反対の
一対の偶力 $M = P\ell$ を考える。その時 $H(\zeta)$ の一次導関数が式(4)である。 $\phi(\zeta)$ の一次導関数と
 $\psi(\zeta)$ がわかつたので応力成分は計算され、応力拡大係数も求められる。

解析結果 表-1および図-2に次式で定義される応力拡大係数を示す。

$$F_1 + iF_2 = (K_I + iK_{II}) \frac{(\omega - b)^{1.5}}{6M} \quad (5)$$

図-2の1点鎖線は、片側クラックを有する変位拘束のなす帯板の面内曲げの場合を式(5)で無次元

表-1 無次元化した応力拡大係数

b/w	Mode I					Mode II				
	$\kappa=1.0$	$\kappa=5/3$	$\kappa=2.0$	$\kappa=2.5$	$\kappa=3.0$	$\kappa=1.0$	$\kappa=5/3$	$\kappa=2.0$	$\kappa=2.5$	$\kappa=3.0$
0.02	0.260	0.260	0.258	0.255	0.252	0.034	0.019	0.012	0.003	-0.005
0.03	0.260	0.263	0.262	0.260	0.258	0.028	0.016	0.011	0.004	-0.002
0.04	0.262	0.267	0.266	0.265	0.263	0.024	0.014	0.010	0.004	-0.001
0.05	0.263	0.271	0.270	0.269	0.268	0.021	0.012	0.008	0.003	-0.002
0.10	0.270	0.284	0.284	0.284	0.283	0.006	0.002	-0.001	-0.004	-0.008
0.20	0.281	0.300	0.301	0.301	0.300	-0.017	-0.016	-0.018	-0.020	-0.022
0.30	0.289	0.307	0.308	0.309	0.308	-0.034	-0.029	-0.030	-0.032	-0.034
0.40	0.295	0.311	0.312	0.312	0.312	-0.044	-0.039	-0.039	-0.041	-0.042
0.50	0.299	0.312	0.313	0.313	0.313	-0.049	-0.045	-0.045	-0.046	-0.047
0.60	0.303	0.312	0.312	0.313	0.312	-0.051	-0.048	-0.049	-0.049	-0.050
0.70	0.305	0.311	0.312	0.312	0.312	-0.052	-0.050	-0.051	-0.051	-0.052
0.80	0.306	0.311	0.311	0.311	0.311	-0.052	-0.051	-0.051	-0.052	-0.052
0.90	0.307	0.311	0.311	0.311	0.311	-0.053	-0.052	-0.052	-0.052	-0.052
0.95	0.308	0.311	0.311	0.311	0.311	-0.053	-0.052	-0.051	-0.051	-0.052
0.96	0.308	0.311	0.311	0.312	0.311	-0.053	-0.051	-0.051	-0.051	-0.051
0.97	0.308	0.311	0.312	0.312	0.312	-0.052	-0.050	-0.050	-0.050	-0.050
0.98	0.309	0.312	0.313	0.313	0.311	-0.049	-0.049	-0.049	-0.049	-0.049

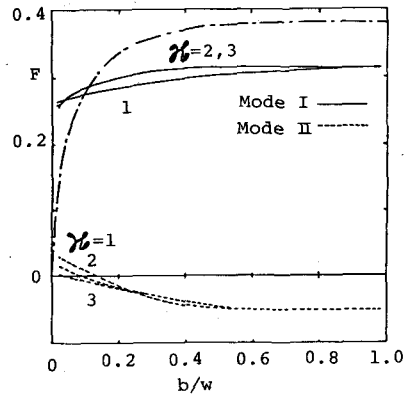


図-2 無次元化した応力拡大係数

化した F 値である。これは Benthem[3] の結果と比較して3%程度の誤差でよく一致している。表-1, 図-2で見られるように、 b/w が1に近づくに従って、 F 値はモードIでは1に近づく、モードIIでは-0.048に近づく。 b/w が0に非常に近い場合は、計算した F 値にばらつきが生じた。これはクラックが非常に短くなると、写像関数の精度が悪くなるためと思われる。図-3にクラック発生前の応力分布を、3に対して示す。また図-4に $b/w=0.4$ のクラック長さに対する応力分布を $\kappa=3$ に対して示す。

参考文献 1) Hasebe, Ing.-

Archiv, 48, 1979 2) 長谷

部, 三浦, 機械学会関西支

部 No. 804-7 3) Benthem et

al., Mechanics of Fracture,

Vol.1, (ed. Sih) Leyden, 1973

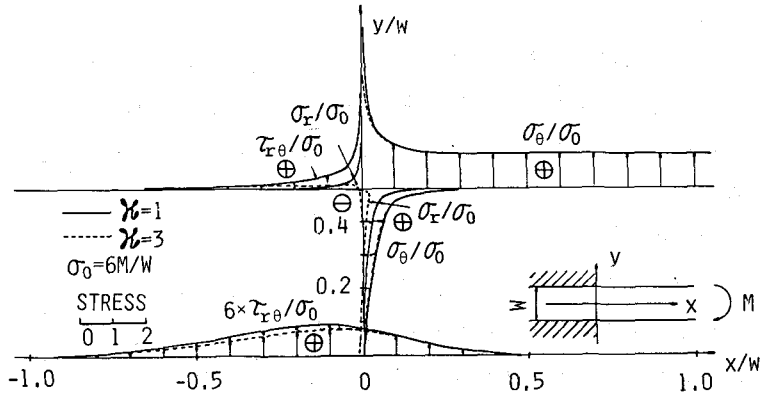


図-3 クラック発生前の応力分布

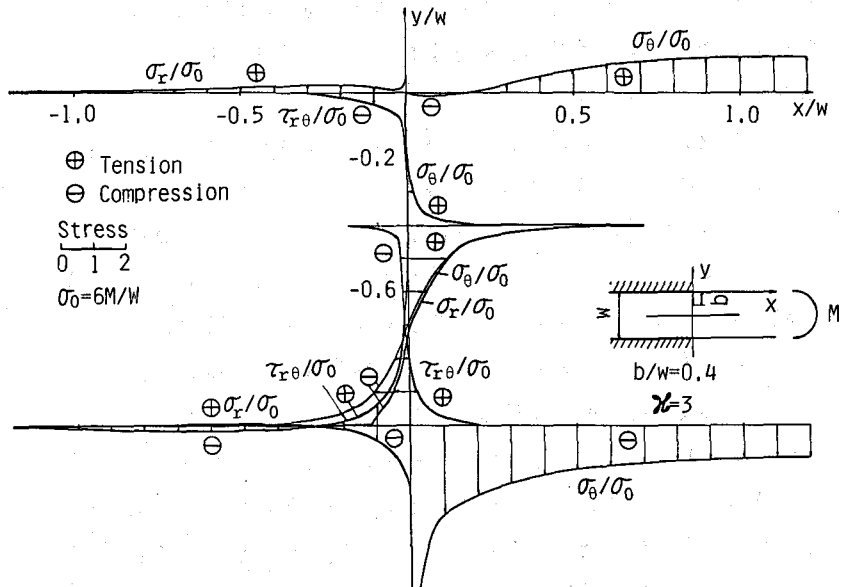


図-4 クラック発生後の応力分布